



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA BAHIA
CAMPUS EUNÁPOLIS**

JAFIA BRUNO LUZ DO CARMO

**ANÁLISE PRAXEOLÓGICA DE LIVROS DIDÁTICOS EM RELAÇÃO
AO OBJETO FUNÇÃO DO SEGUNDO GRAU: UMA INVESTIGAÇÃO
ALICERÇADA NAS TEORIAS EM DIDÁTICA**

Eunápolis – BA
2022

JAFIA BRUNO LUZ DO CARMO

**ANÁLISE PRAXEOLÓGICA DE LIVROS DIDÁTICOS EM RELAÇÃO
AO OBJETO FUNÇÃO DO SEGUNDO GRAU: UMA INVESTIGAÇÃO
ALICERÇADA NAS TEORIAS EM DIDÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao curso de Licenciatura em Matemática, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Campus Eunápolis, como requisito necessário para obtenção do título de licenciado, sob orientação do Prof. Dr. Celso Eduardo Brito.

Eunápolis – BA
2022

C287a

Carmo, Jáfia Bruno Luz do

Análise praxeológica de livros didáticos em relação ao objeto função do segundo grau: uma investigação alicerçada nas teorias em didática / Jáfia Bruno Luz do Carmo ; orientado por Celso Eduardo Brito. - - Eunápolis : IFBA, 2022.

68 p.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática do Instituto Federal da Bahia como requisito para obtenção do grau de Licenciado.

1. Função quadrática. 2. Livro didático. 3. Análise praxeológica. 4. TAD. 5. TRRS. I. Brito, Celso Eduardo, orient. II. Título.

510.7

Catlogação na fonte

Bibliotecária Responsável: Nilcéia Aparecida Conceição Santos Campos – CRB5 1378

TERMO DE APROVAÇÃO

ANÁLISE PRAXEOLÓGICA DE LIVROS DIDÁTICOS EM RELAÇÃO AO OBJETO FUNÇÃO DO SEGUNDO GRAU: UMA INVESTIGAÇÃO ALICERÇADA NAS TEORIAS EM DIDÁTICA

Trabalho de Conclusão do Curso aprovado como requisito parcial à obtenção do grau de Licenciada em Matemática do curso de Licenciatura em Matemática, pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, pela seguinte banca examinadora:

Eunápolis, ____ de _____ de 2022.

Presidente da Banca e Orientador do Trabalho

Prof. Dr. Celso Eduardo Brito
Instituto Federal da Bahia – Campus Eunápolis

1º Membro Titular

Prof. Me. Igor Schmidke Ribeiro
Instituto Federal da Bahia - Campus Eunápolis

2º Membro Titular

Prof. Me. Mariana Oliveira Santos
Escola Municipal Anésia Guimarães - Eunápolis

AGRADECIMENTOS

A Deus, aos meus pais Gilson Luz e Luzinete Bruno, por sempre me motivar e me apoiar em minhas escolhas. Ao meu esposo Eliel Carmo por sempre relembrar dos meus sonhos. As minhas irmãs Jaqueline Laise, Tairine Bruno, Phrancielly Bruno e Raissa Bruno por sempre acreditarem em minha capacidade.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Celso Eduardo, por confiar e conduzir com paciência e compreensão na realização desse trabalho.

Às minhas amigas e irmãs de coração, Kariny Ribeiro, que desde 2013 vem me apoiando no sonho em exercer a docência, Tatiana Santos e Jeniffer Vieira que nos momentos mais difíceis no decorrer do curso me apoiaram, me motivaram, e nunca me deixaram desistir quando o cansaço vinha à tona até mesmo nessa reta final.

Aos meus colegas Wesdron Silva, Nariete Moreira, Staylana Sales, Adriana Oliveira, que mesmo desesperados, nunca soltamos as mãos e a todos os colegas da turma de 2017.

Aos professores Prof. Me. Igor Schmidke e Prof. Dr. Jorge Dantas por me inspirarem durante todo o ensino médio, sendo docentes com amor, dedicação, respeito e empatia.

A professora Prof. Me. Flaviana Medeiros que foi professora, psicóloga e amiga, me apoiando, aconselhando e motivando em muitos momentos de angústia e ansiedade.

Aos membros da banca, Prof. Me. Igor Schmidke, Prof. Me. Mariana Oliveira e Prof. Me. Geralda Terezinha por me concederem a honra da avaliação.

A todos os meus amigos que estiveram comigo durante todo esse processo, acompanhando minhas ansiedades, inseguranças, impaciências, estresses e momentos de loucuras.

“A virtude da vida não está em fazer aquilo que se gosta, e sim gostar daquilo que se faz. Por isso seja forte, não como as ondas que tudo destrói, mas como as pedras que tudo suporta”. (Clarice Lispector)

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo analisar as praxeologias adotadas em livros didáticos estabelecidos pela PNLD de 2022, utilizados no primeiro ano do Ensino Médio, sob o olhar da Teoria Antropológica do Didático (TAD) e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS). O procedimento metodológico consiste em compreender, verificar e analisar praxeologicamente os livros Matemática Interligada, de Thais Marcelle de Andrade e; Quadrante Matemática e Suas Tecnologias, de Eduardo Chavante e Diego Prestes. Para essas análises, consideramos uma estruturação baseada em Henriques, Nagamine, Nagamine (2012) apresentando uma análise global, regional e local para cada livro. Os resultados encontrados indicam que existe a possibilidade de coordenação dos objetos matemáticos, mas que poderiam ser em maior escala, visto que as tarefas propostas não apresentam tanta possibilidade para conversões de representações. Em contrapartida, todas as tarefas estão associadas com técnicas as quais podem ser justificadas pela relação tecnologia/teoria, contribuindo para a mobilização de objetos, como por exemplo, ostensivos escritos, ostensivos orais e até mesmo ostensivos visuais, no caso da utilização de *softwares*, não deixando de lado os objetos não-ostensivos, afinal, para que ocorra uma representação se faz necessário a intervenção de objetos não-ostensivos específicos relacionados. Vale ressaltar que ferramentas digitais podem ser atreladas à utilização do livro didático para tornar o ensino do objeto matemático mais dinâmico e rico em conversões.

Palavras-chave: Função Quadrática. Livro Didático. Análise Praxeológica. TAD; TRRS.

ABSTRACT

This work aims to analyze the praxeologies adopted in textbooks established by the PNLD of 2022, used in the first year of high school, from the perspective of the Anthropological Theory of Didactics (TAD) and the Theory of Semiotic Representation Records (TRRS). The methodological procedure consists of understanding, verifying and praxeologically analyzing the books *Mathematics Interligada*, by Thais Marcelle de Andrade and *Quadrant Mathematics and Its Technologies*, by Eduardo Chavante and Diego Prestes. For these analyses, we consider a structuring based on Henriques, Nagamine, Nagamine (2012) presenting a global, regional, and local analysis for each book. The results found indicate that there is a possibility of coordination of mathematical objects, but that it could be on a larger scale, since the proposed tasks do not present much possibility for conversions of representations. On the other hand, all tasks are associated with techniques which can be justified by the technology/theory relationship, contributing to the mobilization of objects, such as written ostensibles, oral ostensibles and even visual ostensibles, in the case of the use of software, not leaving aside the non-ostensive objects, after all, for a representation to occur, the intervention of specific related non-ostensive objects is necessary. It is worth mentioning that digital tools can be linked to the use of the textbook to make the teaching of the mathematical object more dynamic and richer in conversions.

Keywords: Quadratic Function. Textbook. Praxeological Analysis. TAD. TRRS.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 REVISÃO DE LITERATURA.....	13
3 EPISTEMOLOGIA DO OBJETO	21
4 REFERENCIAL TEÓRICO	28
4.1 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO	28
4.2 A NOÇÃO DO REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA.....	30
4.3 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E AS DUAS TEORIAS	32
5 PERCURSO METODOLÓGICO	33
6 DISCUSSÕES E RESULTADOS	35
6.1 ANÁLISE PRAXEOLÓGICA DO LIVRO DIDÁTICO MATEMÁTICA INTERLIGADA.....	35
6.1.1 Estrutura Organizacional Global do Livro Didático Matemática Interligada.....	35
6.1.2 Estrutura Organizacional Regional do Livro Didático Matemática Interligada.....	36
6.1.3 Estrutura Organizacional Local Do Livro Didático Matemática Interligada.....	37
6.1.4 Analisando as tarefas por verbo	39
6.2.5 Análise geral do livro	52
6.2.6 Análise Praxeológica do Livro Didático Quadrante Matemática	52
6.2.7 Estrutura Organizacional Global do Livro Didático Matemática Interligada.....	53
6.2.2 Estrutura Organizacional Regional do Livro Didático Quadrante Matemática.....	53
6.2.5 Análise geral do livro	64
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	65
REFERÊNCIAS	66

1 INTRODUÇÃO

O livro didático está associado diretamente a vida acadêmica, pois é um material rico que serve tanto de auxílio para o educador quanto para o educando. Brasil (2007) fala a respeito do papel imprescindível ocupado pelo professor na escolha quanto a utilização do livro didático, enfatizando a relevância em observar as possíveis funções que esse instrumento pode exercer. Além disso, ressalta a importância de examinar a adequação do livro a prática pedagógica afim de beneficiar os indivíduos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, diante disso, temos como objetivo geral analisar as praxeologias abarcadas em livros didáticos utilizados no primeiro ano do Ensino Médio, sob o olhar da Teoria Antropológica do Didático (TAD) e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS).

O PNLEM - Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio - distribuiu em 2006 de forma gratuita livros didáticos de português e matemática favorecendo vários alunos. Em 2017, pelo decreto nº 90099 o MEC – Ministério da Educação - e o FNDE – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação - efetivaram o PNLD – Programa Nacional do Livro Didático e do Material Didático - visando avaliar as obras, objetivando garantir a qualidade dos materiais que serão distribuídos. A criação de programas norteadores revelam que o livro didático possui valor elevado para o método de ensino.

Bandeira (2012) cita que os professores devem possuir conhecimento acerca de saberes que precisarão ser mobilizados e ainda estarem aptos para fazerem avaliações quanto as capacidades e limitações dos livros sugeridos pelo MEC, assumindo responsabilidades ocasionadas pelo exercício da prática docente. Alguns aspectos devem ser levados em consideração quando se trata da escolha do Livro Didático (LD), como por exemplo: clareza dos objetos matemáticos, bom uso do registro figural, exploração de contextos e vivências que fazem parte do cotidiano do aluno, interdisciplinaridade, clareza de informação, dentre outros.

No primeiro ano do ensino médio os discentes estão iniciando uma nova fase, geralmente ingressando em instituições maiores que as do ensino fundamental. Junto a essas mudanças de espaço, ocorrem também o contato com novos objetos matemáticos, como por exemplo o estudo de funções, que é o objeto matemático que analisaremos neste trabalho, mais especificamente funções quadráticas.

As noções de funções são muito importantes para o estudante, visto que no cotidiano possibilita relacionar esse conteúdo com diversas situações. Brasil (1997), por exemplo, diz que

a proporcionalidade está presente no estudo de funções, e como diversos aspectos do dia a dia estão em conformidade com as leis de proporcionalidade, podemos indicar que o raciocínio proporcional é utilizado nos acontecimentos do mundo real. Vale ressaltar que nas Orientações Curriculares para o ensino da matemática pela Bahia Secretaria da Educação (2015), é necessário dentre as competências e habilidades do componente matemática, é necessário fazer uso das relações e funções em diferentes representações afim de retratar as diferentes maneiras de pensar e manipular objetos matemáticos.

Sabendo que, se tratando da matemática, é comum para os alunos memorizarem fórmulas ou métodos prontos para a resolução de tarefas, se faz necessário que cada objeto matemático apresentado em sala traga à luz os valores intrínsecos da matemática, e ainda, que os estudantes compreendam verdadeiramente que não se trata de uma disciplina mecânica. A matemática é viva, e anda lado a lado com vivências, um exemplo prático para essa relação se dá a partir da possibilidade de criar uma lei da função que determina o valor total que se paga para comprar certa quantidade de pães sabendo o valor unitário de cada pão. Além disso, os conteúdos se vinculam, o que aumenta a veracidade a disciplina.

Sendo assim, é necessário saber se os livros didáticos utilizados no primeiro ano do ensino médio, para o ensino de Função Quadrática, apresentam tarefas adequadas para o ano escolar e possibilitam utilizar técnicas que permitam efetuar conversões significativas para a aprendizagem, pois, o livro didático é indispensável no processo de ensino e de aprendizagem para os professores de matemática que fazem uso do mesmo.

Temos por interesse fazer uma análise praxeológica em livros didáticos selecionados pela PNLD 2022, adotados no primeiro ano do Ensino Médio, sob o olhar da Teoria Antropológica do Didático (TAD) e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), pois compartilhamos com a ideia de Brito (2019, p. 66) que “a análise praxeológica de um determinado objeto é um ponto crucial da TAD, pois possibilita conhecer práticas educacionais em torno deste [...]”, bem como, “[...] a condição necessária para ocorrência da aprendizagem matemática é o trabalho com a coordenação, reconhecendo determinado objeto, em diferentes registros, por meio de suas representações” (BRITO, 2019, p. 73).

Dividimos o nosso trabalho trazendo, inicialmente, o quadro teórico, onde nos alicerçamos em duas teorias em didática, pois acreditamos que o estudo dessas teorias nos auxiliam no desenvolvimento da capacidade nos sentidos de refletir e criticar a realidade de ensino, o que possibilita condições para a autonomia cada indivíduo no processo da construção do seu próprio saber. Em seguida, no percurso metodológico, apresentamos a estruturação na qual nos amparamos para produzir as análises praxeológicas, bem como as especificações dos

livros didáticos analisados.

Dando continuidade, nos resultados e discussões, abrangemos o detalhamento de cada tipo de análise, sendo elas a análise global, análise regional e análise local. Ressaltamos que esta última é a análise mais detalhada, pois nela que será feita a descrição do desenvolvimento de cada tarefa, tal qual as técnicas, teorias e tecnologias atreladas à elas.

Por fim, apontaremos nossas opiniões acerca de cada Livro didático, realizando um fechamento conclusivo para validar o nosso trabalho. Agora seguiremos para a revisão de literatura, em que serão apresentados dados de outros pesquisadores para mapear a nossa pesquisa.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Buscaremos expor um levantamento bibliográfico, tal como sua relevância para nosso Trabalho de Conclusão de Curso. Segundo Andrade (2010), a metodologia de pesquisa é um recurso primordial nos cursos de graduação, pois há a necessidade de se iniciar qualquer pesquisa acadêmica por uma pesquisa bibliográfica preliminar que seja capaz de nortear e referenciar, trazendo conclusões para os futuros trabalhos, sejam eles seminários, monografias etc.

Conforme trabalhos já realizados por outros autores e registrados adequadamente, o pesquisador se apoiará teoricamente, influenciando o andamento das demais etapas de investigação que serão construídas por ele. De acordo com Boccato (2006), o levantamento bibliográfico

[...] busca a resolução de um problema (hipótese) por meio de referenciais teóricos publicados, analisando e discutindo as várias contribuições científicas. Esse tipo de pesquisa trará subsídios para o conhecimento sobre o que foi pesquisado, como e sob que enfoque e/ou perspectivas foi tratado o assunto apresentado na literatura científica. Para tanto, é de suma importância que o pesquisador realize um planejamento sistemático do processo de pesquisa, compreendendo desde a definição temática, passando pela construção lógica do trabalho até a decisão da sua forma de comunicação e divulgação (BOCCATO, 2006, p. 266).

Para a elaboração dessa etapa foi consultado o Google Acadêmico com as seguintes palavras-chave: "análise praxeológica livro didático função quadrática", teoria antropológica do Didático livro didático função quadrática" e " teoria do registro de representação semiótica livro didático função quadrática". Inicialmente, foi posta a palavra-chave " análise praxeologia livro didático", que resultou em mais de 2000 pesquisas que envolviam diversas áreas do saber e aplicações.

Ao adicionar a palavra "matemática" à palavra-chave a redução de pesquisas foi ínfima e se relacionavam aos mais diversos objetos matemáticos contemplados na Educação Básica, principalmente, sendo possível encontrar o estudo de outras funções, como a polinomial do 1º grau e a trigonométrica. Retirando essa última palavra acrescentada e adicionando o objeto de estudo deste trabalho, ou seja, função quadrática, foram designados pela plataforma 63 pesquisas, no período especificado de 2017 a 2022.

No entanto, nas buscas pelos materiais concluiu-se que os temas das pesquisas não correspondiam ao interesse do nosso trabalho, ressaltando apenas três dissertações, as quais serão descritas. Não se encontrou resultados que se encaixassem com o tema do nosso trabalho

pelas outras duas palavras-chave, e nos trabalhos que serão dialogados, nenhum teve como amparo as duas teorias didáticas norteadoras da nossa pesquisa ao mesmo tempo.

A dissertação de Mestrado de Santos (2017) traz o tema "O conceito de função quadrática nos livros didáticos do ensino médio: uma análise praxeológica das atividades propostas", cujo objetivo foi identificar se o Livro didático mais adotado pelas escolas estaduais de ensino Médio em Caruaru - PE contemplam tarefas de Função quadrática qualificadas para que os discentes consigam se mobilizar do quadro prático-técnico para o tecnológico teórico. Para isso buscou responder ao questionamento: As tarefas sobre função quadrática do livro didático de Matemática do Ensino Médio fazem com que o estudante desse nível de ensino seja capaz de caminhar do bloco prático técnica para o bloco tecnológico- teórico?

O autor justifica sua escolha pelo objeto matemática Função Quadrática por este trazer uma gama de aplicações, principalmente em fenômenos físicos e químicos que permeiam nossa realidade constantemente. Além disso, sua opção se pautou na relevância do estudo dada nos documentos oficiais de Educação, como PCNEM, PCN +, entre outros, que alegam que a função quadrática no Ensino Médio é um dos mais primordiais estudos devido às conexões internas à própria Matemática e, por suas mais variadas representações, estar atrelada à um contexto interdisciplinar, servindo como modelo de problemas acerca de fenômenos naturais ou sociais abordando relações entre grandezas.

Como metodologia, Santos (2017) realiza uma pesquisa qualitativa em uma análise documental, buscando uma investigação minuciosa sobre os tipos de tarefas trazidos no livro didático referente ao estudo de noção da função quadrática. Se fundamentou na Teoria Antropológica do Didático (TAD), desenvolvida por Chavellard (1991) para responder ao seu questionamento que o induziu a realizar seu trabalho. Para averiguar se as tarefas estavam adequadas ao desenvolvimento cognitivo do estudante capaz de transitar entre os blocos trazidos pela TAD, o pesquisador se apoia no PCPE (PERNAMBUCO, 2012) para diagnosticar se as tarefas condizem ao que é esperado que construa intelectualmente sobre o objeto matemático escolhido. O livro didático escolhido por ele foi "Novo Olhar Matemática", uma vez que o material foi aprovado no Plano Nacional do Livro Didático, por ser o livro mais adotado em colégios estaduais na cidade de Caruaru e a segunda coleção mais acolhida pelas escolas em âmbito nacional.

O pesquisador infere que o livro tem uma abordagem bastante tradicional, destrinchando cada objeto do saber inicialmente pela definição, depois exemplos e logo em seguida exercícios de aplicação. No entanto, o material pedagógico traz várias aplicações em sessões com o "explorando o tema" e "atividade propostas".

Pela análise de Santos (2017), os tipos de tarefas relacionadas ao objeto matemático Função Quadrática cumprem o que é esperado pelo PCPE, já que estão empenhadas em fazer com que o estudante identifique a representação algébrica da mesma forma que sua representação gráfica, como pode ser observado em T.1, no **Quadro 1**, construída pelo pesquisador, que organiza os tipos de tarefas descritas no livro didático. Santos alega que este tipo de tarefa configura uma praxeologia local.

Quadro 1 – Categorias de análise.

Categorias de tipos de tarefa
T.1 - Reconhecer a representação algébrica e a representação gráfica de uma Função Quadrática, associando a curva a uma parábola.
T.1.1 - Reconhecer uma Função Quadrática através de sua lei de formação algébrica.
T.1.2 - Identificar os coeficientes da Função Quadrática.
T.1.3 - Determinar a lei da função conhecendo-se três pares ordenados da função. Ou elementos como coordenadas do vértice, zeros, o ponto $(0, c)$.
T.1.4 - Compreender a relação de pertinências entre par ordenado e a função, ou seja, 'se $(x, y) \in f$ então $f(x) = y$.
T.1.5 - Esboçar o gráfico
T.1.6 - Determinar a imagem $f(x)$ de um dado x do domínio.
T.2 - Reconhecer a Função Quadrática como modelo matemático para o estudo das variações entre grandezas do mundo natural ou social
T.3 - Identificar o domínio de validade e situações de continuidade e descontinuidade (por exemplo: reconhecer que a grandeza tempo não pode ter domínio negativo ou que, um gráfico que relaciona o valor do lucro em função do número de peças vendidas, não pode ser representado por uma linha e sim por pontos)
T.4 - Reconhecer, na representação gráfica da Função Quadrática, elementos como zeros, intersecção com o eixo das ordenadas, eixo de simetria, concavidade e pontos de máximo/mínimo.
T.4.1 - Identificar o eixo de simetria da parábola representativa do gráfico da Função Quadrática e suas propriedades (se a e b são equidistantes de $x = x_v$, então $f(a) = f(b)$)
T.4.2 - Reconhecer o conjunto imagem de uma função $f(x) = ax^2 + bx + c$ conhecendo seu gráfico ou sua lei de formação. Se $a > (<) 0$ então o conjunto $IM = \{y \in \mathbb{R} / y \geq (\leq) y_v\}$, com $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$.
T.4.3 - Associar o número de zeros da função ao discriminante da função, ou seja, $\Delta > 0, \Delta < 0$ ou $\Delta = 0$.
T.4.4 - Determinar as coordenadas do vértice da parábola
T.5 - Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da Função Quadrática com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica.
T.6 - Determinar intervalos de crescimento e decrescimento na Função Quadrática.
T.7 - Reconhecer a Função Quadrática como um modelo para o movimento uniformemente variado.
T.8 - Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações de segundo grau.

Fonte: (SANTOS, 2017, p. 48-49)

Observou-se que em T.5, visualiza-se a mesma relevância para a compreensão do objeto matemático, dado que o educando consegue entender a magnitude dos coeficientes da função

quadrática para a estrutura do seu gráfico. Ele relata cada tipo de tarefas com suas subtarefas e aborda quais tipos de técnicas o livro didático contempla e espera dos alunos. As tarefas do tipo T.2, por exemplo, o autor infere que configuram uma praxeologia pontual e que estão vinculadas a problemas geométricos. Além disso, pontua que se adequam às expectativas documentadas no PCPE e PCN+ por permitir que o estudante argumente acerca das relações entre grandezas e consiga modelar situações-problemas atrelados à outras áreas do saber.

Já na tarefa T.8, Santos indica a preferência do Livro por recorrer sempre a mesma técnica para resolver equações do segundo, que é a fórmula de Bhaskara, ao invés de incentivar e fazer uso das técnicas "soma e produto" e "Relação de Girard", o que é um ponto negativo no contexto de ampliação praxeológica.

Santos (2017) considera que o livro didático "Novo Olhar Matemática" delinea praxeologias regionais em alguns aspectos, mas em outros momentos as praxeologias foram consideradas pontuais, uma vez que, apesar de haver técnicas distintas para resolver determinada tarefa, o direcionamento do Livro apontava sempre para uma mesma técnica, como foi o caso da tarefa T.8. Conclui que é necessário que se organize a atividade matemática em prol do aproveitamento de diversas tarefas, fazendo uso de técnicas variadas para resolver essas, para que o estudante consiga conceber o objeto matemático, tendo disponível todas as suas representações e aplicabilidade.

Similar a proposta desse Trabalho de Conclusão de Curso a Monografia de Santos (2019), cujo tema de pesquisa foi "Função Quadrática e área máxima de retângulos em Livros didáticos do Ensino Médio: contextualizações e praxeologias", também foi analisada.

Essa pesquisa se desenvolveu com o objetivo de definir os distintos tipos de contextualizações e a organização praxeológica que envolvia situações-problema sobre Função Quadrática e Área Máximo de Retângulos em Livros Didáticos do Ensino Médio, com intuito de responder a problemática: De que forma acontece a relação intramatemática em situações-problema referentes ao objeto matemático Função Quadrática?

O autor justifica a opção de o tema Função Quadrática por este objeto matemático ser habitual no Ensino Médio e desenvolver uma grande variabilidade de aplicações e, para desenvolver sua investigação científica, Santos (2019) se ampara na Teoria Antropológica do Didático para a análise dos livros didáticos expostos na **Quadro 2**.

Quadro 2 – Coleção de livros didáticos.

LD	Coleções
LD1	Matemática Ciência e Aplicações (IEZZI et al., 2017)
LD2	Matemática Interação e Tecnologia (BALESTRI, 2016)
LD3	#Contato Matemática (SOUZA; GARCIA, 2016)
LD4	Quadrante Matemática (CHAVANTE; PRESTES, 2016)
LD5	Matemática Contexto & Aplicações (DANTE, 2016)
LD6	Conexões com a Matemática (LEONARDO, 2016)
LD7	Matemática Ensino Médio (SMOLE; DINIZ, 2016)
LD8	Matemática Paiva (PAIVA, 2015)

Fonte: (SANTOS, 2019, p.20)

Essa análise aconteceu em dois momentos: no primeiro, levantou-se os tipos de contextualização e, no segundo, a organização praxeológica condizente a situações acerca do objeto de estudo, tendo o foco no tópico Valor Mínimo ou Valor Máximo de uma Função Quadrática e analisando dentro dessa perspectiva o olhar dos tipos de contextualização embasados nos estudos de Vieira (2004), Chaves (2009) e Nascimento (2016), sendo essas categorias: Interdisciplinar, Histórica, no Cotiano e Matemática.

Foram trazidas as tarefas inerentes nos livros didáticos a respeito da temática, bem como suas subtarefas e técnicas que as respondem. Na **Quadro 3**, podemos observar, de acordo com Santos (2019), as tarefas que constam nos Livros Didáticos.

Quadro 3 – Tipos de tarefas em LD do Ensino Médio.

T1. Calcular as medidas dos lados de um retângulo para que sua área seja máxima
T1.1. Calcular as medidas dos lados de um retângulo para que sua área seja máxima, sendo dada a medida do seu perímetro.
T1.2. Calcular as medidas dos lados de um retângulo, subdividido em duas partes (dois retângulos), para que sua área seja máxima, sendo dada a medida do seu perímetro.
T1.3. Calcular as medidas dos lados de um retângulo, subdividido em duas partes (dois retângulos), para que sua área seja máxima, sendo dada a medida do contorno de apenas três dos seus lados.
T1.4. Calcular as medidas dos lados de um retângulo para que sua área seja máxima, sendo dada a medida do contorno de apenas três dos seus lados, com mais de uma volta.
T1.5. Calcular as medidas dos lados de um retângulo, inscrito em um triângulo isósceles, para que sua área seja máxima.
T1.6. Calcular as medidas dos lados de um retângulo, inscrito em um triângulo retângulo, para que sua área seja máxima.
T2. Calcular a medida da área máxima de um retângulo
T2.1. Calcular a área máxima de um retângulo, sendo dada a medida do seu perímetro.
T2.2. Calcular a área máxima de um retângulo, sendo dada a medida do contorno de apenas três dos seus lados.
T3. Comparar a área máxima de dois retângulos
T3.1. Comparar a área máxima de um retângulo, subdividido em duas partes (dois retângulos), quando é dada a medida do seu perímetro com quando é dada apenas a medida do contorno de três dos seus lados.

Fonte: (SANTOS, 2019, p. 38)

Somando os problemas diagnosticados na introdução ao conteúdo de Função Quadrática, nas atividades resolvidas e nas atividades propostas à resolução do aluno, o autor

relata que as tarefas estavam mais integradas à Contextualização Matemática, constantemente ligadas à contextualização do próprio objeto matemático, mas também sendo capaz de observar tarefas atreladas a teorias diversificadas, como Geometria, Álgebra e Grandezas e Medidas, enquanto que a contextualização menos vislumbrada nas tarefas trazidas pelos livros didáticos foi a Contextualização Histórica.

No tocante ao objeto de estudo "Valor Máximo e Valor Mínimo da Função Quadrática", Santos (2019) constatou que apenas uma pequena parte (11%), são relativas ao cálculo de áreas máxima de um retângulo. Das tarefas desenvolvidas nos livros didáticos, ressaltou-se aquelas de Contextualização no Cotidiano e a tarefa T.2 foi a mais apresentada nos LD, aparecendo em sete dos oito livros analisados. Para este tipo de tarefa, Santos (2019) concluiu que os livros didáticos comportavam as técnicas contempladas no **Quadro 4**.

Quadro 4 – Tipos de técnicas em LD do Ensino Médio.

t2. Utilizar o cálculo do vértice da parábola da Função Quadrática para determinar a área máxima de um retângulo
t2.1. Aplicar $t_{1.2}$. Depois substituir o valor de x_v na expressão que representa a área do retângulo para obter a área máxima.
t2.2. Aplicar $t_{1.1}$. Depois substituir o valor de x na expressão que representa o cálculo da área máxima do retângulo.
t2.3. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo em função de x e y . Escrever uma expressão do tipo $2x+2y=P$. Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x . Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y . Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular o valor máximo da função $A(x)$, ou seja, a ordenada do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{4a}$. Indicar o resultado da área máxima.

Fonte: SANTOS (2019, p. 39)

Por fim, foi encontrado no Google Acadêmico o trabalho "Registros de Representação Semiótica e Função Quadrática: um olhar sobre o ensino e a abordagem do livro didático", de Silva (2020). A dissertação de Pós-Graduação em Educação Matemática teve como principal objetivo analisar, de acordo com a perspectiva da Teoria do Registro de Representação Semiótica de Duval (2003, 2004, 2009, 2011 e 2012), de que forma o ensino de Função Quadrática é ministrado pelo docente de Matemática do 1º ano do Ensino Médio e sua relação com o tratamento do Livro Didático.

Para isso a autora almejou responder aos questionamentos: de que forma o educador de Matemática aborda Função Quadrática no 1º ano do Ensino Médio no município de Surubim/PE? O livro utilizado pela instituição disponibiliza a interatividade do estudante com as demais representações de Função Quadrática, da mesma como dá acesso a manipulação de transformação de tratamento e conversão? De que maneira ocorre a vinculação, segundo a visão da TRRS, do Livro Didático observado pelo docente e sua conduta em sala?

Silva (2020) seleciona o objeto matemático Função Quadrática devido sua relevância dentro das ciências e pela sua versatilidade que se apresenta no cotidiano e na organização das atividades matemáticas. Além disso, a pesquisadora salienta a importância da Teoria do Registro de Representação Semiótica de Duval (2011) para o estudo dessa função elementar, já que ela possui três maneiras diferenciadas de escrita no registro algébrico: a forma canônica, desenvolvida e fatorada. Silva (2020), ainda, destaca a pertinência de estudar o objeto matemático em razão das dificuldades apresentadas pelos discentes na aprendizagem de funções, o que pôde causar consequências no entendimento de conteúdos intrínsecos a matemática e fora da mesma.

A autora sustenta sua pesquisa na TRRS e recorre a dois tipos de pesquisa no seu processo metodológico: a pesquisa de campo e a pesquisa documental. A primeira se fez numa escola de rede pública estadual no agreste de Pernambuco, em Surubim, uma vez que é tido por finalidade o estudo só ensino da função quadrática no 1º ano do Ensino Médio. O segundo tipo de pesquisa dado no trabalho da autora foi designado pelo estudo do livro didático da coleção "Matemática: Ciência e Aplicação", acompanhado pelo professor e pelos alunos da instituição campo, cujos autores são Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périco e Nilze de Almeida. Segue e verifica que o livro analisado, do que é intrínseco ao capítulo de Função Quadrática, ilustra uma diversidade de representações semióticas do objeto, dando ênfase para o registro algébrico, o registro gráfico e o registro de língua natural. Entretanto, a abordagem do LD deixa a desejar no momento em que não desenvolve as representações de forma igualitária e acrescenta o registro tabular de forma que não agrega na manipulação do Registro algébrico para o Registro Gráfico.

Outrossim, Silva (2020) aponta que o LD não realiza o método de interpretação global das propriedades figurais ao desenvolver o estudo entre os registros mencionados anteriormente e, mesmo o livro didático trazendo várias representações no registro algébrico para delimitar a definição de Função polinomial do 2º grau, como a canônica e fatorada, o material escolar do 1º ano não trabalha essas formas nas atividades, destacando, assim, apenas as formas desenvolvidas da função quadrática. Com relação aos tipos de conversões, afirma que o livro traz, principalmente, a representação no registro de língua natural para a representação no registro algébrico e da representação no registro algébrico para a representação no registro gráfico.

Apesar de Duval (2011) destacar a importância da mobilização de pelo menos dois registros na conversão para a evolução da aprendizagem sobre o objeto matemático, as tarefas que tinham como técnicas o desenvolvimento da conversão da representação no registro

algébrico para a representação de língua natural ou da conversão da representação no registro algébrico para a representação no registro gráfico, foram conversões indiretas que, segundo Silva (2020) essas não permitem a coordenação entre os registros manipulados.

Duval (1988) assinala, por exemplo, que os alunos têm grande entrave no tipo de conversão inversa, ou seja, da representação no registro gráfico para a representação no registro algébrico, uma vez que fazem uso do registro tabular com frequência.

Silva (2020) reitera o pensamento e acrescenta que o registro tabular, ligado à representação gráfica pode impedir que os estudantes concebam que uma parábola é feita de infinitos pontos. O pesquisador estabelece que a representação de tabelas é interessante para generalizar e oficializar a lei de formação da função quadrática, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018). Ela salienta que a parte explicativa do LD explicita alguns hiatos que podem prejudicar os estudantes no seu processo cognitivo relativo à função quadrática. Isso acontece quando o livro discursa sobre a diretriz, deixando de expor que esta pode não coincidir com o eixo das abscissas e, pelo registro gráfico que compreende esse estudo, o aluno é capaz de conceber que a diretriz sempre coincidirá com o eixo X ou confundir a reta com o próprio eixo.

Agora seguiremos para a epistemologia do objeto em que abordaremos um breve relato do contexto histórico, conceituações e exemplificações acerca do nosso objeto matemático

Função Quadrática

3 EPISTEMOLOGIA DO OBJETO

A ideia de Função Quadrática advém dos estudos milenares acerca de equação do 2º grau, que retornam aos tempos da civilização da Babilônia, há mais de 4000 anos atrás, que desenvolviam tabelas de argila com relações de dependência entre dois números, da mesma forma que os egípcios desenvolveram suas generalizações que se aproximavam do conceito de Função.

Na Grécia, podemos citar o trabalho de Euclides (235-265 a. C), que construiu o que denominamos hoje como Álgebra, a partir de suas técnicas de álgebra geométrica. Como os gregos não desenvolveram uma destreza na linguagem matemática algébrica, não delimitaram o conceito de função pelo estudo da equação do segundo grau e sua curva.

No entanto, seu conceito padronizado abstratamente mais recentemente, visto que seu saber não se originou de forma rápida e linear, e sim foi passando por modificações de vários matemáticos ao longo de tempo, sendo sua definição resultado da relação próxima com problemas de Cálculo e Análise.

O conhecimento acerca das funções quadráticas continuou sendo desenvolvido a partir da necessidade de resolver problemas que abarcassem o trajeto designado pela bala de canhão, uma vez que se fazia necessário o aperfeiçoamento dessas armas no cenário da Europa (séc. XIV). Os estudos de Galilei Galilei (1564-1642) acabam por concluir que a distância vertical y , percorrida pela bala de canhão, poderia ser encontrada pela relação funcional $y = kx^2$ em que corresponde ao valor da distância na horizontal, onde k é uma constante e aqui se faz uso da terminologia matemática atual.

Segundo Kline (apud MENDES, 1994), Galileu Galilei teve como objetivo compreender os fenômenos naturais, buscando trazer fórmulas que representassem essas mudanças. No entanto, o mesmo não formalizou o conceito de função. O destaque para a construção da definição desse conhecimento se faz por Leibniz (1646 - 1716), que introduz a palavra função com sentido geométrico, tanto quanto para representar variáveis dependentes, fazendo uso de terminologias como constante e parâmetros (PONTE, 1990).

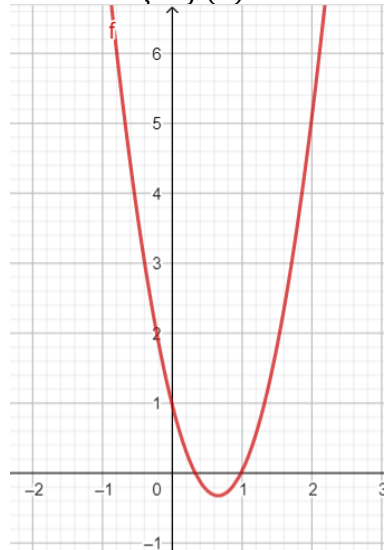
A primeira definição de Função surge por Bernoulli, em 1718, que especifica função, de acordo com Kleiner (1989), da seguinte maneira: "Chamamos de Função de uma variável uma quantidade composta de qualquer maneira por uma variável e por constantes". Uma definição que se aproximou muito do que hoje conhecemos do conceito de função foi a apresentada por Dirichet (1805 - 1859),

Se uma variável y está relacionada com uma variável x de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico a x , existe uma regra segundo a qual um valor único de y fica determinado, então diz-se que y é função da variável independente x (BOYER, 1997, p. 405).

É necessário conceituar uma função quadrática, bem como indicar suas principais propriedades para que esses estudos sirvam de apoio para a análise que será desenvolvida neste trabalho, acerca das organizações praxeológicas, produzidas pelos autores de livros didáticos para esse tipo de função.

É denominada função polinomial do 2º grau ou função quadrática qualquer função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que tenha sua lei de formação como $f(x) = ax^2 + bx + c$, sendo a , b e c números reais invariáveis (coeficiente), com a diferente de 0. Como exemplo, podemos utilizar a função $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$, representada no registro gráfico na **Figura 1**, onde tem-se $a = 3$, $b = -4$ e $c = 1$.

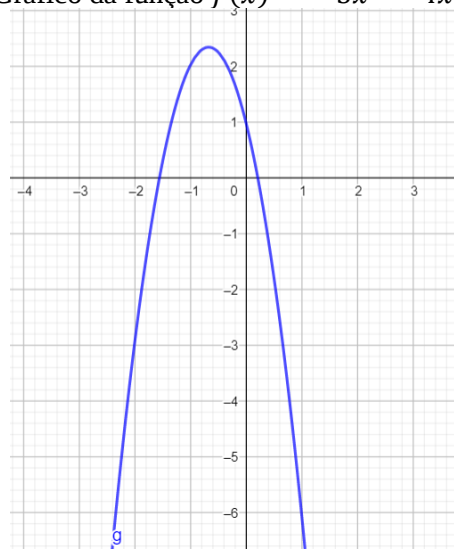
Figura 1 - Gráfico da função $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$.



Fonte: Software GeoGebra.

O gráfico da função quadrática determina uma parábola como curva e pode se apresentar, a depender da lei de formação da função, por duas formas: caso o a for positivo ($a > 0$), então a concavidade da parábola estará voltada para cima, tendo a função, assim, ponto mínimo; se o coeficiente for negativo ($a < 0$), então a concavidade da curva será voltada para baixo, e a função terá um ponto máximo. Na representação do exemplo supracitado, observa-se o primeiro caso, uma vez que $a = 3$, mas se a sua representação algébrica trouxesse $a = -3$, o comportamento do gráfico da função seria o exposto na **Figura 2**.

Figura 2 - Gráfico da função $f(x) = -3x^2 - 4x + 1$.



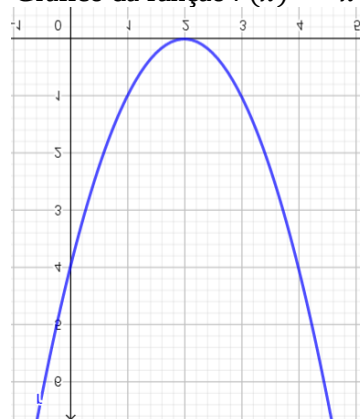
Fonte: Software GeoGebra

Perceba que a curva intercepta o eixo das abscissas duas vezes, no entanto esse modelo gráfico é mutável. Nessa pontos de interseção, a função será igual a zero e, para ter conhecimento dos valores da ordenada de x , é necessário calcular os zeros da função, ou seja, os valores de x para os quais $f(x) = 0$.

Resolvendo a equação do segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$, a depender da quantidade de raízes que esta traga como resolução, o gráfico da função quadrática alternará na quantidade de interseções no eixo das abscissas no plano cartesiano. Se a equação tiver duas raízes reais distintas, então a curva interceptará duas vezes o eixo x , como no gráfico da **Figura 1** e **Figura 2**.

Se a equação obtiver apenas um número real como raiz, a parábola interceptará num único ponto o eixo das abscissas, da forma que ilustra a **Figura 3**, que consta a representação no registro gráfico da função $r(x) = x^2 - 4x + 4$, cujo zero da função é 2.

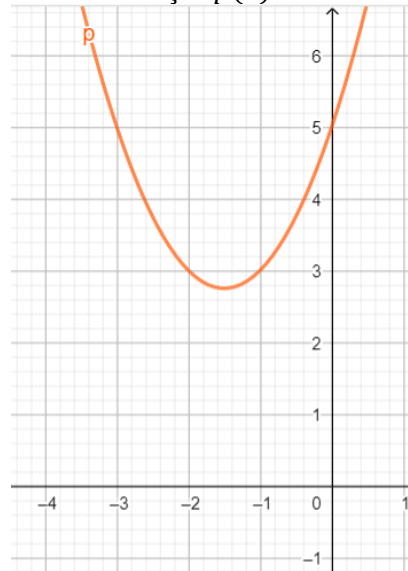
Figura 3 - Gráfico da função $r(x) = x^2 - 4x + 4$.



Fonte: Software GeoGebra

Por fim, quando a equação geral do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$ resultar em nenhuma raiz pertencente ao conjunto dos números reais, então a parábola não cortará o eixo das abscissas, o que pode ser verificado na **Figura 4**, que representa graficamente a função quadrática $p(x) = x^2 + 3x + 5$.

Figura 4 - Gráfico da função $p(x) = x^2 + 3x + 5$.



Fonte: Software GeoGebra

Diante o gráfico, é possível analisar que o ponto $(0, 5)$ corresponde ao ponto de encontro da parábola com o eixo das ordenadas. Levando em consideração $x = 0$ na função geral $f(x) = ax^2 + bx + c$, tem-se a igualdade $f(x) = c$ e, dessa maneira, o par ordenado que representa o ponto de interseção da parábola com o eixo Y será $(0, c)$.

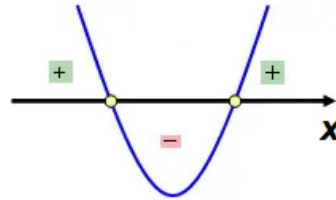
Para localizar o ponto da curva que condiz à ordenada (y_v) máximo (quando o coeficiente a é negativo) ou mínimo (quando o coeficiente a é positivo), nem sempre será tão perceptível como na **Figura 3**. O tipo de função representada nessa imagem sempre terá o vértice da função formado pelo par ordenado (zero da função, 0), porém, para funções sem raiz real ou com raízes reais distintas, o vértice da parábola poderá ser identificado a partir da coordenada $v = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$, levando em consideração o modelo geral de função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Em relação ao estudo de sinal da função quadrática, é devido dividir essa análise em dois grupos: as funções com $a > 0$ e as funções com $a < 0$, de acordo com o comportamento gráfico de $f(x)$.

Quando a parábola tiver concavidade voltada para cima e com duas raízes reais distintas (**Figura 5**), a função será positiva com valores de x a direita da maior raiz e com valores de x

a esquerda da menor raiz. No meio dos zeros da função e nos pontos de interseção com o eixo X , $f(x) = 0$.

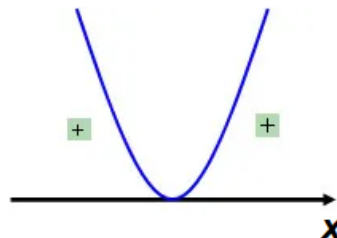
Figura 5 - Estudo do sinal das funções quadráticas.



Fonte: Software GeoGebra

Já quando a função tiver uma única raiz (**Figura 6**), então para qualquer x real que estiver à direita ou a esquerda desse ponto de encontro da parábola com o eixo das abscissas resultará em uma função positiva, entretanto não existe x real para que a mesma seja negativa.

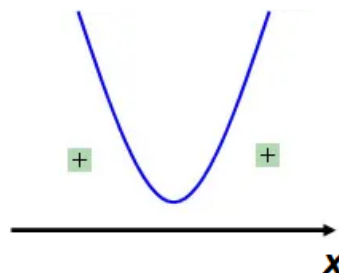
Figura 6 - Estudo do sinal das funções quadráticas.



Fonte: Software GeoGebra

Para as funções sem raiz real (**Figura 7**), a função será sempre positiva conforme qualquer $x \in \mathbb{R}$.

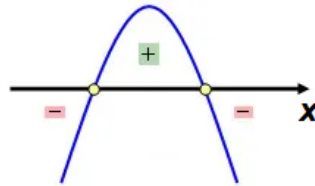
Figura 7 - Estudo do sinal das funções quadráticas.



Fonte: Software GeoGebra

Quando a parábola tiver concavidade voltada para baixo e com duas raízes reais distintas (**Figura 8**), a função será negativa com valores de x a direita da maior raiz e com valores de x a esquerda da menor raiz. No meio dos zeros da função e nos pontos de interseção com o eixo X , $f(x) = 0$.

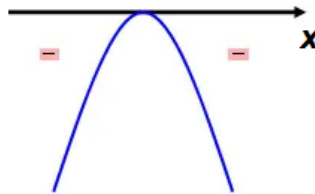
Figura 8 - Estudo do sinal das funções quadráticas.



Fonte: Software GeoGebra

Já quando a função tiver uma única raiz (**Figura 9**), então para qualquer x real que estiver à direita ou a esquerda desse ponto de encontro da parábola com o eixo das abscissas resultará em uma função negativa, entretanto não existe x real para que a mesma seja positiva.

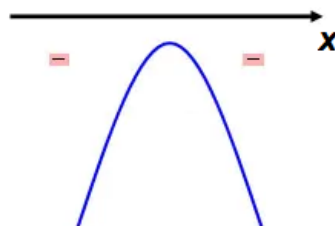
Figura 9 - Estudo do sinal das funções quadráticas.



Fonte: Software GeoGebra

Para as funções sem raiz real (**Figura 10**), a função será sempre negativa, de acordo com qualquer $x \in \mathbb{R}$.

Figura 10 - Estudo do sinal das funções quadráticas.



Fonte: Software GeoGebra

É importante que no ensino do objeto matemático o docente destaque em suas explicações a relação de dependência entre os números reais variáveis da função, demonstrando a proporcionalidade entre elas e fugindo de uma correlação estática entre a variável dependente e a variável independente.

Além disso, é de suma importância não só a abordagem de todas as representações da função quadrática, mas também que se faça a amarração entre essas representações. De acordo com Sierpinska (1992);

Os estudantes têm tido problemas em fazer a ligação entre as diferentes representações de funções: fórmulas, gráficos, diagramas, descrições verbais de relações; em interpretar gráficos; em manipular símbolos relacionados a funções como por exemplo: $f(x)$, $x \rightarrow y$, $\sin(x+1)$, etc. A linguagem utilizada em relação às funções não ajuda. Assim: “ $f(x)$ ” serve tanto para o nome da função quanto para o valor da função f no ponto x . Em situações espontâneas, os estudantes utilizam um simbolismo e uma linguagem diferentes. Para dizer que o valor da função em 2 é 3 eles escreveriam: “ $x(2) = 3$ ”. Isso seria lido como: “Coloque 2 na fórmula da função e calcule. Você acha um número.” (SIERPINSKA, 1992, p.25).

De acordo com Sierpinska (1988), os estudantes acabam por levar em consideração a definição de função como sendo sua representação no registro algébrico ou sua representação no registro gráfico. Consideram, dessa forma, o conceito de função e suas representações como algo equivalente, uma vez que denominam funções apenas por relações que possam ser retratadas por fórmulas analíticas.

Sierpinska (1992) destaca esse pensamento como um obstáculo epistemológico e aponta a relevância do tratamento didático vinculado a expressão de diversas representações de uma função, como gráficos, tabelas e fórmula analítica, reconhecendo a limitação que cada uma traz ao conhecimento do objeto matemático.

Pela mesma concepção, Duval (2009, p 15) compartilha sua aflição a respeito da confusão entre os registros de representação e o conceito de um determinado objeto de estudo, inferindo que “não pode haver compreensão matemática sem se distinguir um objeto de sua representação, pois jamais deve-se confundir objetos matemáticos (números, funções, retas) com suas representações (escritas decimais ou fracionárias, símbolos, gráficos, desenhos de figuras)”.

A seguir, vamos observar um pequeno recorte sobre as teorias em que baseamos o nosso trabalho para melhor compreensão da utilização das mesmas na etapa de resultados e discussões.

4 REFERENCIAL TEÓRICO

4.1 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

A teoria antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard, foi inicialmente criada para ser utilizada na área da matemática. Seu enfoque se dá no estudo do homem face aos conhecimentos matemáticos, ou seja, sobre circunstâncias matemáticas. Com o tempo, essa visão foi se modificando, abrangendo diferentes áreas do saber.

Essas duas partes citadas por Chevallard compõem a praxeologia no qual é uma metodologia em que tenta explicar a estrutura lógica da ação humana e para que essas partes sejam especificadas se faz necessário a compreensão de algumas noções fundamentais, são estas: tarefa, técnica, tecnologia e teoria. Destrinchando a Praxeologia, temos: “Praxis” que é o “saber fazer”. As noções pertencentes a “Praxis” são: Tarefas e Técnicas, já na “logos”, temos: Teoria e Tecnologia, e esses elementos arrazoam permitindo uma melhor compreensão do processo de resolução.

Essas noções esquematizam as práticas sociais, em particular a prática matemática. Portanto, Chevallard baseia sua teoria em três postulados. Esses três postulados, servem de suporte para duas abordagens: a ecologia dos saberes e a transposição didática. São eles:

- “Toda prática institucional pode ser analisada de diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras, em um sistema de tarefas relativamente bem delineadas”
- “O comprimento de toda tarefa decorre do desenvolvimento de uma técnica”
- “A ecologia das tarefas, quer dizer, as condições e entraves que permitem sua produção e sua utilização nas instituições”

A ecologia dos saberes busca fazer questionamentos acerca da realidade, ou seja, acerca da existência. Se determinado objeto existe, então qual o seu papel no *Habitat* e quais outros objetos podem ou não integrar essa correlação. A transposição didática estuda o processo em que determinado saber passa de uma instituição para outra instituição. De modo a trazer à tona a comprovação do objeto, bem como as referências que o comprovam.

A TAD também redireciona o entendimento da palavra estudo, identificando-a, segundo Chevallard (1998, p. 13, tradução nossa, grifo do autor), como “[...] a ideia de fazer qualquer coisa com o fim de aprender (“saber”) ou para aprender a fazer (“saber-fazer”) [...]”. Esse redirecionamento ocorre também com a palavra didática na qual a TAD faz uma equipolência com a palavra estudo, segundo ela, didático é tudo aquilo que se refere ao estudo. Falaremos de procedimentos didáticos toda vez que uma pessoa se veja conduzida a estudar

algo (no nosso caso será a matemática) sozinho ou com a ajuda de outra(s) pessoa(s). A aprendizagem é o resultado buscado pelo estudo. DIOGO; OSÓRIO; SILVA (2007, p. 3) fazem referência à CHEVALLARD; BOSCH; GÁSCON (2001, p. 58) onde afirma que “O ensino é um meio para o estudo, mas não é o único”.

Didática da Matemática, vista na área da antropologia do conhecimento, acredita que tudo é objeto, caracterizando variados tipos de objetos: as instituições, os indivíduos e as posições que os indivíduos desempenham nas instituições, tendo os indivíduos como sujeitos das instituições.

Depois de definidas as palavras redirecionadas ao entendimento da Teoria antropológica Didática, falaremos dos fundamentos que embasam essa teoria, são:

- Objeto - A TAD, entende que tudo é objeto, desde que este exista. São exemplos de objeto segundo Chevallard: “Pessoas, os símbolos, nomes, sentimentos, etc.”. A fim de expor a noção de objeto, propôs em sua teoria a possibilidade de estudá-la além do âmbito da matemática. Sobre isso:

O alargamento do quadro, levado a cabo por necessidades de análise conduziu-me a propor uma teorização em que todo objeto possa aparecer: a função quadrática é, evidentemente, um objeto (matemático), mas há também o objeto “escola”, o objeto “professor”, o objeto “aprender, o objeto “saber”, [...] o objeto “dor de dente”, o objeto “fazer pipi”, etc. Assim, passa-se de uma máquina a pensar um universo didático restrito a um conjunto de máquinas de alcance mais amplo, apto, em princípio, a nos permitir situar a didática no seio da antropologia (CHEVALLARD, 1996, p.127. *apud* CAVALCANTE; RODRIGUES, [s. d]).

- Relação pessoal – Segundo a TAD essa relação se dá entre uma pessoa e um objeto e podemos dizer que o objeto existe para a pessoa se a relação pessoal for “não vazia”
- Pessoa – Segundo a TAD, a pessoa é a dupla formada entre um objeto e um indivíduo de modo a estabelecer uma relação que pode ou não ser modificada. Nas palavras de Chevallard:

[...] a noção de pessoa, é então o par formado por um indivíduo x e o sistema de suas relações pessoais $R(x, o)$, em um dado momento da história de x . A palavra pessoa, como usada aqui, não deve levar à ilusão: todo indivíduo é uma pessoa, inclusive a criança muito pequena, o bebê (etimologicamente, aquele que ainda não fala). É claro que, com o tempo, o sistema de relações pessoais de x evolui: objetos que não existiam para ele começam a existir; outros deixam de existir; com relação a outros,

finalmente, a relação pessoal de x muda. Nesta evolução, o invariante é o indivíduo; o que muda é a pessoa. (CHEVALLARD, 2002, p. 1, grifo nosso)

- Técnica- Na TAD a técnica é a “forma de fazer” uma determinada tarefa. Isso não quer dizer que esse procedimento é feito de maneira sistemática. Por exemplo, a palavra “Resolva” caracteriza um tipo de tarefa pois ela não especifica o tipo de conteúdo. Já se dizemos: “construa o gráfico da função $f(x) = x^2$ indicando o conjunto domínio, imagem período e amplitude” estamos caracterizando o tipo de tarefa e para desenvolver certa tarefa se faz necessário o uso de uma ou mais técnicas.

O desenrolar de uma técnica se dá pelo manejo de objetos ostensivos e não-ostensivos. Os objetos ostensivos se diferem dos não ostensivos pois um pode ser manipulado -ostensivo- enquanto o outro não. Os não-ostensivos partem de ideias, intuições, por exemplo, antes da aplicação de uma aula o docente planeja construindo uma ideia do desenvolvimento, bem como o envolvimento e recepção dos alunos quanto ao objeto matemático que será abordado. A execução dessa ideia, previamente concebida, chamamos de objeto ostensivo, e o planejamento chamamos de objeto não-ostensivo.

A Teoria Antropológica do Didático junto com todas as suas especificidades contribui para o maior entendimento quando ao objeto matemático, bem como a instituição em que este pertence e ainda as tecnologias e técnicas necessárias para evocá-lo. Outra teoria também tem se mostrado de relevante significância para o estudo dos objetos, A Teoria do Registro de Representação Semiótica, por conseguinte falaremos desta de maneira mais aprofundada.

4.2 A NOÇÃO DO REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

A teoria do registro de representação semiótica (TRRS) foi desenvolvida pelo pesquisador Raymond Duval (1988, 1993, 1995, 1996). Representação semiótica é um entendimento de conceito/objeto ou instrumento do saber, fundamentada sobre a mobilização de um conjunto de signos. Segundo PINO-FAN (et al, 2015, p. 2, adaptado pelo autor) as representações semióticas são relativas a um sistema particular de signos, linguagem natural, língua formal, escrita algébrica ou gráficos cartesianos, figuras, de um objeto matemático, em que a multiplicidade de representações para um mesmo objeto representado ou ainda a duplicidade das representações: forma (representante) e conteúdo (o

representado). Para esclarecer o que seria representação semiótica:

É uma representação de uma ideia ou um objeto do saber, construída a partir da mobilização de um sistema de sinais. Sua significação é determinada, de um lado, pela sua forma no sistema semiótico e de outro lado, pela referência do objeto representado. (HENRIQUES, ATTIE, FARIAS, 2007, p. 68).

Sendo o registro uma representação de um objeto, temos no âmbito da matemática quatro como mais relevantes, São estes: Língua materna, Registro algébrico, Registro numérico e registro gráfico. Um objeto matemático pode ser representado por mais de um registro. Digamos que se um sujeito pensa em um objeto e ele o externaliza, esse externalizar seria a explicitação desse objeto através de registros.

A escolha de um registro de representação adequado pode favorecer o tratamento (transformações das representações ao interior de um mesmo registro). No entanto, dispor de vários registros de representação não é suficiente para garantir a compreensão. Uma segunda condição é necessária: a coordenação dos registros de representações. Ela se manifesta pela capacidade de reconhecer, em duas representações diferentes, representações de um mesmo objeto. Ela aparece como a condição fundamental para todo tipo de aprendizagem. (HENRIQUES, ATTIE, FARIAS, 2007, p. 70).

A representação semiótica é de suma importância para a matemática já que esta permite a conversão para diversos registros. O que acaba proporcionando um melhor entendimento do aluno sobre o conteúdo.

[...] a utilização de diferentes registros de representações semióticas é uma maneira didática/metodológica que o professor pode usar quando ele busca a conceitualização, a aquisição de conhecimento. [...] Para isso, é necessário que o professor tenha claro o objeto matemático a ser ensinado: isso lhe possibilitará definir quais os registros de representação semiótica que possibilitarão a construção do mesmo. (DAMM, 2008, p. 176, apud OLIVEIRA, 2014, p. 44-45).

Com isso percebemos que se usado, o registro de representação semiótica é uma ferramenta fundamental para a compreensão de objetos matemáticos e de seus diferentes registros. Vale ressaltar que quando a conversão de uma representação de um objeto matemático é evocada, este torna-se mais compreensível.

4.3 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E AS DUAS TEORIAS

Ambas as teorias aqui estudadas abrem portas para outras possibilidades, abrangendo os conceitos já conhecidos na matemática. A Teoria Antropológica do Didático nos permite um estudo mais avançado sobre teoria, tecnologia, tarefa e técnica. O conhecimento sobre essa teoria pode ser usado para estudo de objetos matemáticos específicos. Trazendo para o nosso objeto de estudo, o entendimento acerca da definição de função quadrática, bem como suas consequências e propriedades, propicia ao discente as técnicas necessárias para a resolução das tarefas de maneira eficaz.

Vale ressaltar que o docente não é dono do conhecimento, e que a relação aluno e professor deve ocorrer de forma em que ambos busquem aprender um com o outro de maneira efetiva. Alguns discentes, possuem certa desenvoltura para a área de exatas, enquanto outros, precisam que esse âmbito seja melhor desenvolvido, mas possuem essa desenvoltura em outra área do saber. Cabe ao professor, procurar meios de inserir os conceitos acerca do objeto matemático, de modo a não excluir nenhum participante do processo de ensino e de aprendizagem. Para Chevallard:

A incapacidade de ver que por trás do que parece desconhecido pode causar um julgamento, às vezes, depreciativo. Na condução da formação, tal cegueira pode levar o formador a ignorar a sujeição do formado a relações que, eventualmente, funcionarão sem que soubesse e silenciosamente como tantos obstáculos à evolução desejada de suas relações pessoais. (CHEVALLARD, 2002, p. 10)

Já a Teoria dos Registros de Representação Semiótica nos permite visualizar as particularidades de cada conteúdo, bem como suas conversões. Sua importância se dá ao fato de ela contribuir para que o conteúdo seja enraizado facilitando a aprendizagem do discente frente ao conteúdo matemático.

Acreditamos que ambas as teorias servem como ferramenta de apoio ao docente em sala, e que o conhecimento dessas é de extrema importância para o educador, já que produz benefícios tanto para este, como para o educando. Prosseguimos com o detalhamento da metodologia adotada em nossa pesquisa.

5 PERCURSO METODOLÓGICO

Recorremos a uma pesquisa teórica de cunho investigativo em caráter hodiernos da PNLD de 2022, buscando compreender, verificar e analisar praxeologicamente e de maneira minuciosa os livros Matemática Interligada, de Thais Marcelle de Andrade e; quadrante Matemática e SuasTecnologias, de Eduardo Chavante e Diego Prestes. A escolha do objeto matemático Função Quadrática situado na Instituição do primeiro ano do Ensino Médio se deu a partir da boa relação do pesquisador enquanto estudante, mas também pela necessidade de evocar todos os aspectos contribuintes ou não para o processo de ensino e de aprendizagem a partir de uma investigação praxeológica, .

Para essa análise consideramos uma estruturação baseada em Henriques, Nagamine, Nagamine (2012), o que possibilita uma perspectiva mais ampla quanto ao objeto do saber no qual é ensinado. Essa estrutura organizacional é composta por três partes, organização global, regional e local. Iniciaremos com a análise global do livro didático onde é trazido uma disposição em tabela de todos os assuntos por capítulo apresentados no livro didático, de forma resumida, a disposição do sumário dos LD's selecionados. Em segunda instância, faremos uma análise regional que se relaciona com a análise global, pois nesse momento trataremos os tópicos citados na análise anterior, especificamente do conteúdo de Função Quadrática, mas dessa vez abarcando a quantidade de Definições, Teoremas, Fórmulas, Exercícios resolvidos e propostos, bem como a quantidade de páginas que contém em cada seção. Posteriormente, será feito a análise local que é o momento crucial na análise praxeológica analisando os exercícios propostos pelos livros didáticos. Podemos afirmar que essas análises estão interligadas e que a análise local está embutida na análise regional, que por sua vez, compõe a análise global.

Para a descrição dos livros didáticos serão apresentados os aspectos, que ao nosso ver, são importantes tanto em relação às informações gerais, quanto em socialização de atividades propostas para assim, contextualizar o nosso trabalho. A vista disso, abaixo será apresentado uma tabela onde especificaremos os livros analisados.

Quadro 5 – Especificação dos livros didáticos

Autor (es)	Ano	Título da Obra	Nível de Ensino	Código
Thais Marcelle de Andrade	2020	Matemática Interligada	1º ano	L ₂
Eduardo Chavante e Diego Prestes	2020	Quadrante Matemática e Suas Tecnologias	1º ano	L ₃

Fonte: Próprio autor.

Na etapa da análise das praxeologias, apresentaremos as quatro noções que a compõem, também conhecida como os 4T's, sendo elas **Tarefa, Técnica, Tecnologia e Teoria**, pois concordando com Chevallard (1992) tais ideias consente o desenvolvimento de competências e habilidades tanto das atividades matemáticas quanto à formação das práticas sociais. Sendo assim, se torna possível antecipar intervenções para que haja o ensino adequado para os objetos apresentados, bem como a utilização de instrumentos auxiliares e conseqüentemente provocar uma aprendizagem efetiva. Por conseguinte, apresentaremos um levantamento crítico após esses processos de análise para cada livro didático, visto que a análise de livros didáticos continua a ser o acesso fundamental para a indagação a respeito da ecologia ou antropologia do saber, pois assim é possível antecipar e reprimir os entraves que podem surgir nos discentes.

A partir disso, daremos continuidade às nossas discussões e resultados para conjecturar a importância dessas teorias e de como podemos fazer uso das mesmas para efetuar análise praxeológica de livros didáticos.

6 DISCUSSÕES E RESULTADOS

Abordaremos nesse tópico os resultados observados através das análises praxeológicas dos Livros Didáticos (LD) em relação ao capítulo de Função Quadrática. Como ferramenta metodológica, faremos uso da Teoria Antropológica do Didático (TAD) e Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS). Apresentaremos categorias dos tipos de tarefas dos exercícios propostos, bem como suas subtarefas e faremos análise de uma tarefa de cada categoria, abordando os 4T's citados anteriormente, e possíveis conversões de representação de registros. É importante ressaltar que todas as tarefas foram analisadas com foco na forma resolutiva que cada livro propõe.

6.1 ANÁLISE PRAXEOLÓGICA DO LIVRO DIDÁTICO MATEMÁTICA INTERLIGADA

O LD Matemática Interligada contém 5 capítulos. O conteúdo de funções é abordado com o intuito de compreender as aplicabilidades e características, avançando com os conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental.

6.1.1 Estrutura Organizacional Global do Livro Didático Matemática Interligada

O livro Matemática Interligada, tem por objetivo principal desenvolver a autonomia quanto ao pensamento, a fim de tornar o leitor o principal responsável pela formação da própria aprendizagem. É composto por 5 capítulos, introduzido pela apresentação do livro, Objetivos e competências, bem como justificativa e sumário, conforme a **Tabela 1**, abaixo.

Tabela 1– Sumário do LD Matemática Interligada			
SUMÁRIO MATEMÁTICA INTERLIGADA			
CAPÍTULO	TÓPICO	SEÇÕES	PÁGINAS
1	Conjuntos e subconjuntos	6	22
2	Noções de funções	5	22
3	Função Afim	9	26
4	Função Quadrática	7	26
5	Função Exponencial e Função Logarítmica	13	36
Apêndices			
Fórmulas			
Respostas dos Exercícios de Número Ímpar			
Índice Remissivo			

Fonte: Livro Matemática Interligada (ANDRADE, 2020).

Os capítulos são distribuídos mediante à uma organização regular dos objetos matemáticos para a instituição do primeiro ano do ensino médio. São divididos, em média, com 8 seções por capítulo. Cada capítulo é abordado com definições, exemplos, exercícios propostos e exercícios resolvidos com detalhamento de técnicas. Os nichos e *habitats* no qual os tópicos do livro didático destacam estão relacionados ao estudo da Matemática no Primeiro ano do Ensino Médio.

Dando continuidade, faremos a observação do objeto Função Quadrática, mas agora abordando a análise regional.

6.1.2 Estrutura Organizacional Regional do Livro Didático Matemática Interligada

Nesta etapa da análise abrangemos uma disposição mais detalhada acerca do objeto matemático em questão, a função quadrática, apresentados no capítulo 4. Para isso, a **Tabela 2**, mais adiante, mostra como os autores do livro trouxeram essa estruturação conforme apresentada na análise anterior, pertencendo à 7 seções.

Tabela 2 – Distribuição Específica do Objeto Função Quadrática, no capítulo 4
DISTRIBUIÇÃO ESPECÍFICA DO OBJETO FUNÇÃO QUADRÁTICA NO CAPÍTULO 4

Seção	Título	D	T	F	E	EX	P	PG
4.1	Introdução	2	--	4	2	3	1	1
4.2	Gráfico de Função Quadrática	8	--	3	10	10	1	6
4.3	Vértice da parábola e valor máximo ou mínimo da função quadrática	3	--	4	7	16	1	5
4.4	Estudo de sinal de uma função quadrática	3	--	18	6	--	--	1
4.5	Inequações de 2º grau	1	--	4	5	14	1	3
4.6	Função quadrática e progressão aritmética	1	--	--	2	2	1	1
4.7	Função quadrática e Física	2	--	4	5	5	1	5

D- Definição / **T-** Teorema / **F-** Fórmulas/ **E-** Exemplos / **EX-** Exercícios / **P-** Pacotes de Exercícios / **PG-** Páginas

Fonte: Livro Matemática Interligada, Andrade (2020)

O objeto matemático é abordado nas seções apresentadas na **Tabela 2**. Ao decorrer da apresentação do conteúdo, as tarefas propostas foram separadas por categoria e analisadas uma de cada grupo, bem como dois exercícios resolvidos apresentado pelo mesmo material.

Na próxima etapa, para todo o processo, será feito a análise praxeológica local, onde haverá a indicação das técnicas propostas pelo LD, com suas tecnologias que sustentam a teoria.

6.1.3 Estrutura Organizacional Local Do Livro Didático Matemática Interligada

Para essa análise consideramos categorias de tipos de tarefas, no que se diz respeito à aprendizagem de Função Quadrática. Assim, é esperado que o estudante seja capaz de reconhecer e representar uma Função do Segundo Grau, pois, a partir daí, poderemos fazer intervenções em relação às conversões e tratamentos desse objeto, alicerçados nas teorias abordadas nesse trabalho. Em nossa análise, consideramos que esse objetivo poderá ser contemplado através de um tipo de tarefa, abrangendo também subtarefas a fim de tratar diferentes perspectivas sobre o mesmo objeto do saber pois essas “tarefas menores” se dá a partir de um momento específico de uma tarefa. Temos como exemplo a tarefa Reconhecer uma Função Quadrática a partir do Gráfico, e como subtarefa “Determinar” os zeros da função a partir do gráfico. Apresentaremos abaixo um quadro com os de tipos de tarefas encontradas no livro didático Matemática Interligada.

Quadro 6 – Tipos de tarefas encontradas no LD em relação aos problemas e exercícios propostos

Verbo de tarefa	Tipos de tarefas (T_i)	Subtipo de Tarefa (st)
Associar	T_1 : Associar gráficos às funções algébricas	st1_1: Associar lei de formação à gráficos apresentados.
		st1_2: Associar gráfico à alternativa que corresponde aos coeficientes a e c.
	$T_{1.2}$: Associar registro numérico ao registro algébrico	st1.2.1: Associar conjunto solução à uma inequação.
Calcular	T_2 : Calcular custo	st2: Calcular diferença de custo de produção com diferentes quantidades de produtos.
	$T_{2.1}$: Calcular valor de coeficiente para o gráfico corresponder à uma condição dada	st2.1: Calcular o valor de uma incógnita para que o gráfico passe por um determinado ponto.
	$T_{2.2}$: Calcular valor máximo e mínimo	st2.2: Calcular o valor máximo ou mínimo de uma determinada função apresentada.
	$T_{2.3}$: Calcular medidas	st2.3: Calcular perímetro de uma figura sabendo a área.
		st2.3.1: Calcular dimensões de um sólido sabendo seu volume
		st2.3.2: Calcular os lados de terreno e calcular o quociente entre esses lados, sabendo qual sua área máxima.
		st2.4: Calcular qual a maior velocidade que pode ser alcançada através de instantes de tempo.

	$T_{2.4}$: Calcular velocidade, distância e altura	st2.4.1: Calcular distância percorrida com base numa distância e tempo predeterminados. st2.4.2: Calcular altura de um arremesso em função do tempo.
	$T_{2.5}$: Calcular/ Resolver inequações	st2.5: Calcular conjunto solução de inequações, no Conjunto dos Números Reais. st2.5.1: Calcular soma de soluções inteiras de desigualdade.
Classificar	T_3 : Classificar sentenças	st3: Classificar, através de função e gráfico, sentenças como verdadeira ou falsa.
	$T_{3.1}$: Classificar sentenças como progressão	st3.1: Classificar uma função, considerando valores para a ordenada, como uma progressão aritmética.
Construir	T_4 : Construir gráfico	st4: Construir gráfico utilizando o <i>Software GeoGebra</i> .
Determinar	T_5 : Determinar lei de formação de uma função	st5: Determinar a lei de formação de uma função através de uma região dada.
		st5.0: Determinar a lei de formação através de valor máximo e mínimo.
		st5.0.1: Determinar a lei de formação através de valores de x e y.
	$T_{5.1}$: Determinar zeros de uma função	st5.1: Determinar a existência e/ou quantidade de zeros a partir de uma função dada.
	$T_{5.2}$: Determinar altura e distância	st5.2: Determinar a altura e distância atingida por uma bola lançada horizontalmente.
	$T_{5.3}$: Determinar o valor de uma incógnita a partir de condições	st5.3: Determinar valor para a incógnita para que a função não admita raiz real
		st5.3.1: Determinar valor para a incógnita para que o gráfico da função passe por um ponto determinado.
	$T_{5.4}$: Determinar área de uma figura plana	st5.4: Determinar vértice da parábola e fazer associação com as medidas de uma figura plana para determinar a área.
	$T_{5.5}$: Determinar a concavidade	st5.5: Determinar, a partir da lei de formação, a concavidade da parábola.
	$T_{5.6}$: Determinar coordenadas	st5.6: Determinar, a partir da lei de formação, coordenadas do vértice da parábola.
		st5.6.1: Determinar, a partir da lei de formação, coordenadas dos pontos em que a parábola corta os eixos.
	$T_{5.7}$: Determinar Conjunto	st5.7: Determinar o conjunto imagem da função.
	$T_{5.8}$: Determinar valores	st5.8: Determinar o valor mínimo de uma função através da forma canônica.
		st5.8.1: Determinar o valor mínimo de uma função através do gráfico.
		st5.8.2: Determinar para quais valores a função é positiva, negativa ou nula.
		st5.8.3: Determinar valores para que uma condição seja satisfeita.
	$T_{5.9}$: Determinar tempo e temperatura	st5.9: Determinar em qual instante de tempo uma temperatura chega em seu valor máximo.
		st5.9.1: Determinar o tempo em que dois veículos se encontram considerando certa velocidade.
	$T_{5.10}$: Determinar soluções	st5.9.2: Determinar o número de soluções inteiras de uma inequação.
Escrever	T_6 : Escrever coordenadas	st6: Escrever coordenadas do vértice e do ponto em que o gráfico corta um eixo.

Demonstrar	T_7 : Demonstrar fórmula de coeficientes	st7: Demonstrar os coeficientes da forma canônica, dada a fórmula geral da função quadrática.
	$T_{7.1}$: Demonstrar raízes iguais para diferentes funções	st7.1: Demonstrar que duas funções possuem raízes iguais, considerando uma incógnita diferente de zero, apresentada na lei de formação de uma das funções.
	$T_{7.2}$: Demonstrar relação de função com progressão	st7.2: Demonstrar uma progressão aritmética a partir de uma função dada.
Esboçar	T_8 : Esboçar gráfico	st8: Esboçar gráfico da função quadrática a partir da fórmula geral, com condições para os coeficientes.
		st8.1: Esboçar gráfico de funções dadas.

Fonte: Próprio autor.

É possível perceber que o LD enfoca as 54 tarefas propostas em oito verbos, sendo elas Associar, Calcular, Classificar, Construir, Determinar, Escrever, Demonstrar e Esboçar. No primeiro verbo citado, encontramos dois tipos de tarefas e três subtipos. Posteriormente, no outro verbo, percebemos seis tipos de tarefas com onze subtipos. Já em “Classificar” temos dois tipos de tarefas e duas subtarefas. O LD apresenta apenas uma tarefa para construção de gráfico utilizando ferramenta metodológica, especificamente o *Software GeoGebra*.

O verbo “Determinar” é o que mais foi contemplado com tarefas, totalizando onze tipos de tarefas e dezoito subtarefas. Apenas um tipo de tarefa e subtarefa é abarcado com o intuito de “Escrever” coordenadas. Três tarefas com uma subtarefa cada, são propostas com o intuito de fazer os estudantes “Demonstrar” relações voltadas para fórmulas e interação com outro objeto matemático. Apenas um tipo de tarefa e duas subtarefas são voltadas para esboço de gráfico.

A seguir, faremos a análise local e individual de duas Tarefas Resolvidas (TR) e uma Tarefa Proposta (TP) pelo LD de cada verbo citada anteriormente.

6.1.4 Analisando as tarefas por verbo

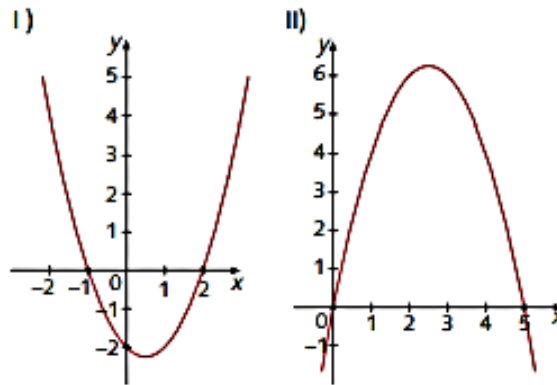
Abordaremos nesse tópico tarefas apresentadas no LD Matemática Interligada a partir do verbo “Associar” (**Figura 11**). Para isso, faremos uma análise praxeológica abarcando os 4T’s citados na TAD, associando os possíveis registros de representação vistos na TRRS.

T_{P1} - Associar

Figura 11: Tarefa Proposta
(T_{P1})

5. Observe a lei de formação das funções quadráticas e associe cada uma delas ao seu gráfico, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.

^{a-I; b-II}
a) $h(x) = x^2 - x - 2$ b) $m(x) = -x^2 + 5x$



Fonte: (ANDRADE, 2020, p 94).

Tarefa: Associar lei de formação ao seu gráfico.

Técnica:

1. Observar a concavidade da parábola, identificando se o coeficiente $a > 0$ ou se $a < 0$.
2. Identificar as abscissas e ordenadas.
3. Resolver algebricamente a tarefa, encontrar as raízes e identificar suas respectivas representações no registro gráfico.

Tecnologia/teoria: fórmula de Bhaskara/Informações sobre concavidade. A tarefa pode ser respondida com o conhecimento sobre o $a > 0$ e $a < 0$, afim de identificar se a concavidade é voltada para cima ou para baixo, além disso a formula de Bhaskara pode ser aplicada nas funções, onde o valor de delta será encontrado, bem como o x_1 e x_2 . Em seguida pode se converter a função do registro algebrico para o gráfico e identificar a qual imagem cada uma está associada.

Faremos a segunda análise praxeológica abarcando os 4T's citados na TAD, associando os possíveis registros de representação vistos na TRRS a partir da tarefa apresentada na **Figura 12** do Verbo Calcular

T_{P2} – Calcular

Figura 12: Tarefa Proposta (T_{P2})

Na função quadrática f dada pela lei de formação $f(x) = 3x^2 + (m - 2)x - 1$, calcule o valor de m para que o seu gráfico passe pelo ponto $(-1, 4)$.

Fonte: (ANDRADE, 2020, p 94).

Tarefa: Calcular o valor de uma incognita.

Técnica:

1. Identificar a abscissa e ordenada, e fazer as devidas substituições na lei de formação.

Tecnologia/teoria: Conhecimento sobre abscissa e ordenada.

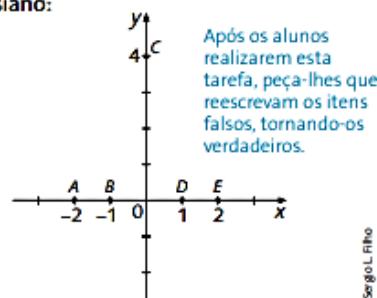
A tarefa pode ser respondida com as substituições do ponto dado no próprio enunciado, sendo o $x = -1$ e $y = 4$, seguindo com o tratamento no registro algebrico pode-se obter $m = 0$.

Utilizando a mesma prática, discorreremos agora uma tarefa (**Figura 13**) do Verbo Classificar.

T_{P3} - Classificar

Figura 13: Tarefa Proposta (T_{P3})

24. Sejam as funções f , g e h , definidas respectivamente por $f(x) = x^2 - 3x + 2$, $g(x) = -x^2 + x + 2$ e $h(x) = x^2 + 4$, e os pontos A , B , C , D e E no plano cartesiano:



De acordo com os pontos indicados, classifique em verdadeira ou falsa cada uma das sentenças.

- a) Os zeros de f são as abscissas dos pontos A e B .
- b) Os zeros de g são as abscissas dos pontos B e E .
- c) C é o ponto de máximo de h .
- d) As funções f e g têm um zero em comum, a abscissa do ponto B . verdadeira: b

Fonte: (ANDRADE, 2020, p 98).

Tarefa: Classificar como verdadeiro ou falso as sentenças dadas.

Técnica:

1. Resolver algebricamente as tarefas, e encontrar suas raízes.
2. Identificar valores de máximo da função.
3. Associar valores em comum dos zeros da função.

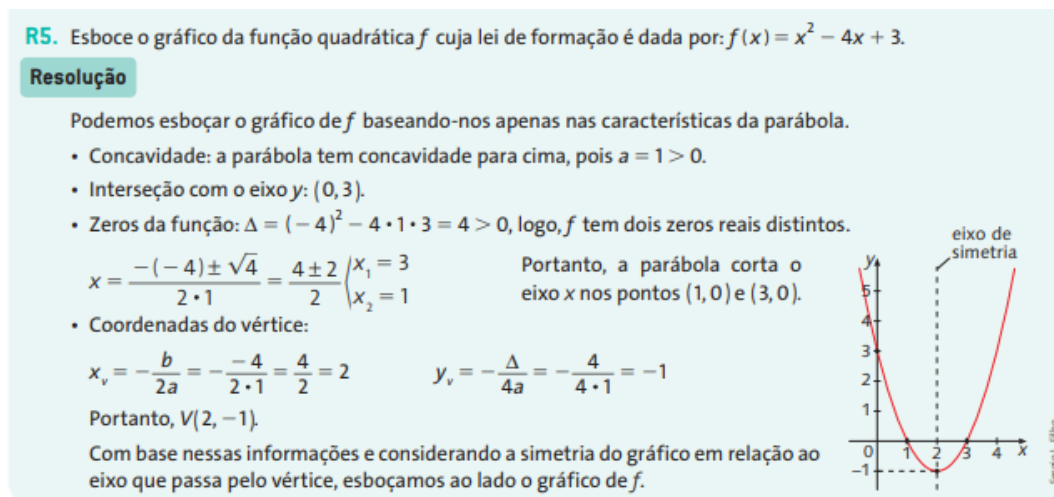
Tecnologia/teoria: Fórmula de Bhaskara.

Com o intuito de que haja uma resolução efetiva, há primeiramente um tratamento no registro algebrico, e posteriormente uma associação ao registro gráfico dado na questão. Para desenvolver a tarefa, faz-se necessario resolver algebricamente as funções, encontrando os x_1 e x_2 de cada uma delas. Identificando isso, é possível resolver as letras a e b . Para a letra c precisa-se de conhecimento acerca dos valores máximo da função, e na letra d deve-se associar o valores dos x_1 e x_2 encontrados.

Na **Figura 14 e Figura 15**, está sendo proposta uma tarefa do verbo Verbo Construir. Ela também será analisada a partir dos 4T's, associando com suas possiveis representações vistas na TRRS.

TR₂ - Construir

Figura 14: Tarefa Resolvida (TR₂)



Fonte: (ANDRADE, 2020, p 96).

Tarefa: Esboçar gráfico de uma função quadrática.

Técnica:

- Resolver algebricamente utilizando a fórmula de Bhaskara para encontrar as raízes.
- Substituir os valores de a , b e Δ para encontrar as coordenadas do vértice.

Tecnologia/teoria: fórmula de Bhaskara/fórmula das coordenadas do vértice.

Para o desenvolvimento da tarefa, deve-se observar se o $a > 0$ ou $a < 0$ para saber se a concavidade é voltada para cima ou para baixo, além disso, pode-se descobrir os pontos de interseção do eixo y , já que o coeficiente c é 3, pois é nesse valor que o eixo das ordenadas tem o gráfico intersectando. Em seguida, os valores de x_1 e x_2 podem ser encontrados com a fórmula de Bhaskara, posteriormente com a utilização da fórmula encontramos também o x e y do vértice, para então, convertermos a questão do registro algebrico para gráfico.

TP4 – Construir

Figura 15: Tarefa Proposta (TP4)

Calcule o valor máximo ou o valor mínimo de cada uma das funções quadráticas definidas em cada item. Em seguida, utilizando os mesmos procedimentos apresentados nas páginas 50 e 51, construa o gráfico utilizando o GeoGebra e determine o conjunto imagem de cada uma delas.

a) $f(x) = x^2 + 2x + 3$

c) $f(x) = 2x^2$

b) $f(x) = -x^2 + 3x - 5$

d) $f(x) = 3x - 6x^2$

Fonte: (ANDRADE, 2020, p 98).

Tarefa: Calcular os valores de máximo ou mínimo das funções dadas, construir o gráfico e determinar o conjunto imagem de cada uma delas.

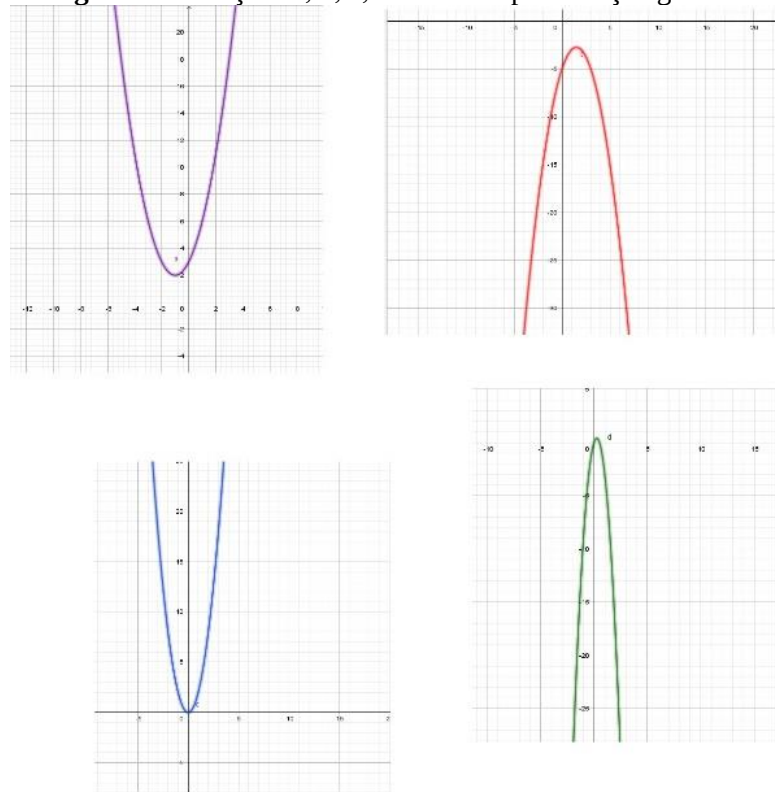
Técnica:

1. Resolver algebricamente as tarefas utilizando a fórmula de Bhaskara.
2. Calcular o x do vértice com a fórmula $\frac{-b}{2a}$ e y do vértice com a fórmula $\frac{-\Delta}{4a}$.
3. Utilizar o software *GeoGebra*.
4. Identificar a partir do gráfico os valores das imagens da função, comumente conhecidas pelos valores y .

Tecnologia/teoria: Fórmula de Bhaskara/ fórmula do x e y do vértice.

Para a resolução da tarefa primeiramente deve-se resolver algebricamente cada uma das funções, em seguida utilizar as formulas *de x e y do vértice*, observar se o valor de a é positivo ou negativo para saber o maximo ou minimo da função. Como é pedido na tarefa, se faz necessario acessar o *software GeoGebra* para a construção do gráfico e através dele encontrar os valores das imagens. A seguir (**Figura 16**), podemos ver a representação gráfica das funções no *software GeoGebra*.

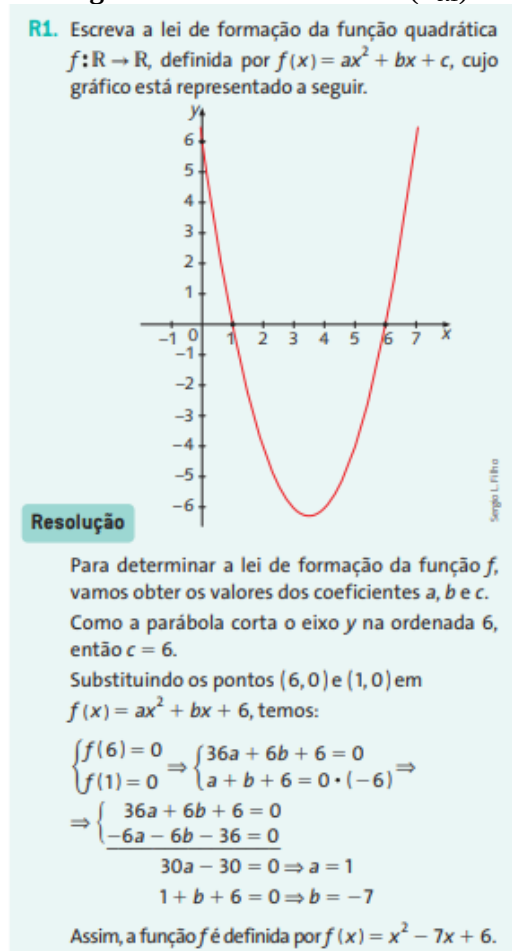
Figura 16: Funções a, b, c, d em sua representação gráfica.



Fonte: Software GeoGebra

Discorreremos agora as tarefas do Verbo Determinar a partir das **Figura 17** e **Figura 18**.

T_{R1} – Determinar

Figura 17: Tarefa Resolvida (T_{R1})

Fonte: (ANDRADE, 2020, p 92).

Tarefa: Escrever a lei de formação de uma função quadrática a partir de seu grafico.

Técnica:

1. Identificar os pontos a partir do registro grafico.
2. Substituir os pontos encontrados na formula da função quadrática.
3. Resolver o sistemas de equações atraves da substituição dos pontos.

Tecnologia/teoria: sistemas de equação.

Para o desenvolvimento da tarefa faz-se necessário que o discente interprete as informações presentes no registro grafico. Além disso, deve existir familiaridade com sistemas de equações afim de que ele consiga desenvolver substituindo os pontos $(6,0)$ e $(1,0)$ encontrados através da visualização. Posteriormente será feita a multiplicação por (-6) na segunda equação, e usado o método da adição, encontrando assim, os valores dos coeficientes a e b como mostrado na figura acima.

Tp5 – Determinar

Figura 18: Tarefa Proposta (Tp5)

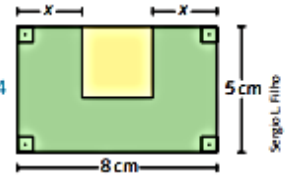
Sabendo que na imagem a região em amarelo representa um quadrado, determine:

a) a lei de formação da função quadrática que representa a área da região em verde.

b) a área da região em verde se $x = 2$ cm. 24 cm^2

c) a medida x para que a área da região em verde seja 36 cm^2 . 3 cm

$$f(x) = -4x^2 + 32x - 24$$



Fonte: (ANDRADE, 2020, p 88).

Tarefa:

- Determinar a lei de formação da função quadrática a partir de uma área.
- Determinar a área de uma região a partir de um valor dado.
- Determinar uma medida a partir do valor de uma área.

Técnica:

1. Interpretar o registro figural.
2. Determinar a lei de formação da função quadrática a partir da fórmula da área de um retângulo, $A = b \cdot h$.
3. Calcular o valor da área pela substituição da incógnita x por um valor dado.
4. Identificar a partir do gráfico os valores das imagens da função, comumente conhecidas pelos valores y .

Tecnologia/teoria: Fórmula da área do retângulo, Fórmula da função quadrática, Fórmula de Bhaskara

Para o desenvolvimento da tarefa deve-se inicialmente verificar que a área verde da figura apresentada é a área total subtraída da área amarela. Então, nesse momento é feita a conversão da representação do registro figural para a representação no registro algébrico. Temos então: $A_v = (8 \cdot 5) - (8 - 2x)^2 \rightarrow A_v = 40 - (64 - 32x + 4x^2) \rightarrow A_v = -4x^2 + 32x - 24$, chegando à conclusão de que se pede na primeira tarefa que $f(x) = -4x^2 + 32x - 24$.

Em segunda instância, para encontrar o valor da área verde, basta fazer o tratamento no registro algébrico utilizando a substituição do valor dado no enunciado. Assim, para $x = 2$,

$$A_v = -4(2)^2 + 32 \cdot 2 - 24 \rightarrow A_v = 24 \text{ cm}^2$$

Na terceira e ultima tarefa está sendo solicitado que a área seja 36 cm^2 . É esperado que seja feita a conversão da lingua materna para o registro algébrico, já que, nesse caso, $f(x) = 36$. Desse modo, efetuando essa conversão e posteriormente o tratamento no registro, temos:

$$36 = -4x^2 + 32x - 24 \rightarrow -4x^2 + 32x - 60$$

Aplicando Bhaskara, encontramos as raízes $x = 3\text{cm}$ ou $x = 5\text{cm}$

Utilizando a mesma prática, discorreremos agora uma tarefa (**Figura 19**) do Verbo Escrever

TP6 – Escrever

Figura 19: Tarefa Proposta (TP5)

18. Escreva as coordenadas do vértice e do ponto em que o gráfico da função quadrática definida em cada item corta o eixo y.

a) $f(x) = 5(x - 4)^2$ $V(4, 0); (0, 80)$	c) $f(x) = \frac{-(x - 1)^2 + 1}{2}$ $V(1, \frac{1}{2}); (0, 0)$
b) $f(x) = -3(x - 2)^2 + 1$ $V(2, 1); (0, -11)$	d) $f(x) = 2[(x - 2)^2 + 3]$ $V(2, 6); (0, 14)$

Fonte: (ANDRADE, 2020, p 98).

Tarefa: Escrever as coordenadas do vértice e do ponto em que o gráfico da função quadrática corta o eixo y.

Técnica:

1. Desenvolver algebricamente cada uma das funções apresentadas.
2. Encontrar os primeiros pontos em que corta o eixo y a partir do coeficiente c.
3. Encontrar os segundos pontos a partir do calculo do y_v

Tecnologia/teoria: Fórmula de Bhaskara/Fórmula do x_v e y_v .

Para a resolução da tarefa, como as funções estão na forma canônica, usando a definição, temos: $m = -\frac{b}{2a} = x_v$ e $k = -(\frac{b^2 - 4ac}{4a}) = y_v$, logo realizando a conversão da representação no registro algébrico para o gráfico da primeira equação, *letra (a)*, $5x^2 - 40x + 80 = 0$. na fórmula m , no primeiro caso: $x_v = -\frac{(-40)}{10} = 4$, $y_v = -(\frac{(-40)^2 - 4.5.80}{20}) = 0$, daí teremos $v(4,0)$. Para $x = 0$, $(0,80)$.

Realizando as conversões da representação na mesma fórmula nas letras b, c, d respectivamente, teremos: letra (a) $x_v = -\frac{12}{2(-3)} = 2$, $y_v = -(\frac{(12)^2 - 4(-3)(-11)}{4(-3)}) = 1$, daí: $v(2, 1)$. Para $x = 0$, na equação $-3x^2 + 4x - 11 = 0$, teremos $(0, -11)$. Letra (c), $x_v = -\frac{1}{2(\frac{1}{2})} = 1$, $y_v = -(\frac{(1)^2 - 4(\frac{1}{2})(0)}{4(\frac{1}{2})}) = \frac{1}{2}$, daí: $v(1, \frac{1}{2})$. Para $x = 0$, na equação $\frac{-x^2 + 2x}{2}$, teremos $(0, 0)$. Letra (d), $x_v = -\frac{(-8)}{2(2)} = 2$, $y_v = -(\frac{(-8)^2 - 4(2)(14)}{4(2)}) = 6$, daí: $v(2, 6)$. Para $x = 0$, na equação $\frac{-x^2 + 2x}{2}$, teremos $(0, 14)$.

Já em relação à tarefa do verbo Demonstrar (**Figura 20**), conseguimos o seguinte resultado:

TP7 – Demonstrar

Figura 20: Tarefa Proposta (TP7)

14. Mostre que as funções quadráticas f e g dadas por $f(x) = 3x^2 + 9x + 6$ e $g(x) = mx^2 + 3mx + 2m$ possuem os mesmos zeros para todo m real e diferente de zero. *Veja a resposta na Resolução dos problemas e exercícios na Assessoria pedagógica.*

Fonte: (ANDRADE, 2020, p 94).

Tarefa: Demonstrar que duas funções quadráticas distintas possuem os mesmos zeros.

Técnica:

1. Resolver algebricamente as tarefas utilizando a fórmula de Bhaskara.
2. Verificar a similaridade das duas funções com base nos “zeros” encontrados em cada uma delas.

Tecnologia/teoria: Fórmula de Bhaskara/Radiciação.

O primeiro passo é determinar os zeros das funções, fazendo a conversão da representação no registro algébrico para o numérico, utilizando a fórmula: $\Delta = b^2 - 4ac$. Sendo a $f(x) = 3x^2 + 9x + 6$, temos: $\Delta = 9^2 - 4 \times 3 \times 6 = 81 - 72 = 9$, daí $x = \frac{-9 \pm \sqrt{9}}{2 \times 3} = \frac{-9 \pm 3}{6} \rightarrow x_1 = -1$ e $x_2 = -2$.

Sendo a $g(x) = mx^2 + 3mx + 2m$, temos: $\Delta = (3m)^2 - 4 \times m \times 2m = 9m^2 - 8m^2 = m^2$, daí $x = \frac{-3m \pm \sqrt{m^2}}{2 \times m} = \frac{-3m \pm m}{2m} \rightarrow x_1 = -1$ e $x_2 = -2$. Logo, ambas as funções possuem os mesmos zeros.

Discorreremos agora as tarefas do Verbo Esboçar (**Figura 21**).

TP8 – Esboçar

Figura 21: Tarefa Proposta (TP8)

- . Esboce o gráfico das funções quadráticas a seguir.
- a) $f(x) = x^2 - x - 12$ c) $h(x) = -4x^2 - 10x + 6$
b) $g(x) = 3x^2 - 12$ d) $p(x) = -x^2 + 5x$

Fonte: (ANDRADE, 2020, p 98).

Tarefa: Esboçar o gráfico das funções quadráticas.

Técnica:

1. Resolver algebricamente as tarefas para encontrar os zeros das funções.
2. Encontrar o x_v e o y_v das funções.
3. Esboçar os gráficos com base nas informações encontradas.

Tecnologia/teoria: Fórmula de Bhaskara/ fórmula do x_v e o y_v

Deve-se primeiramente identificar a intersecção com o eixo y, quando $x = 0$, em seguida encontrar os zeros da função através da conversão da representação do registro algébrico para o numérico com o uso da fórmula de Bhaskara: $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, daí os vértices das parábolas devem ser encontrados e posteriormente em posse dessas informações, esboçar o gráfico.

- a) $f(x) = 0 \rightarrow x^2 - x - 12 = 0$, convertendo a representação do registro algebrico para o numerico, temos:

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-12) = 49$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm 7}{2} \rightarrow x_1 = 4 \text{ e } x_2 = -3$$

Vértice da parábola

$$x_v = -\frac{-1}{2 \times 1} = \frac{1}{2}$$

$$y_v = -\frac{49}{4 \times 1} = -\frac{49}{4}$$

$$v\left(\frac{1}{2}, -\frac{49}{4}\right)$$

A intersecção com o eixo y é (0,-12)

- b) $g(x) = 0 \rightarrow 3x^2 - 12 = 0$, convertendo a representação do registro algébrico para o numérico, temos:

$$\Delta = (0)^2 - 4 \times 3 \times (-12) = 144$$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{144}}{2 \times 3} = \frac{\pm 7}{6} \rightarrow x_1 = 2 \text{ e } x_2 = -2$$

Vértice da parábola

$$x_v = -\frac{0}{2 \times 3} = 0$$

$$y_v = -\frac{144}{4 \times 3} = -12$$

$$v(0, -12)$$

A intersecção com o eixo y é (0,-12)

- c) $h(x) = 0 \rightarrow -4x^2 - 10x + 6 = 0$, convertendo a representação do registro algébrico para o numérico, temos:

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \times (-4) \times 6 = 196$$

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{196}}{2 \times (-4)} = \frac{10 \pm 14}{-8} \rightarrow x_1 = -3 \text{ e } x_2 = \frac{1}{2}$$

Vértice da parábola

$$x_v = -\frac{-10}{2 \times (-4)} = -\frac{5}{4}$$

$$y_v = -\frac{196}{4 \times (-4)} = \frac{49}{4}$$

$$v\left(-\frac{5}{4}, \frac{49}{4}\right)$$

A intersecção com o eixo y é (0,6)

- d) $p(x) = 0 \rightarrow -x^2 + 5x = 0$, convertendo a representação do registro algébrico para o numérico, temos:

$$\Delta = 5^2 - 4 \times (-1) \times 0 = 25$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25}}{2 \times (-1)} = \frac{5 \pm 5}{-2} \rightarrow x_1 = 0 \text{ e } x_2 = 5$$

Vértice da parábola

$$x_v = -\frac{5}{2 \times (-1)} = \frac{5}{2}$$

$$y_v = -\frac{25}{4 \times (-1)} = \frac{25}{4}$$

$$v\left(\frac{5}{2}, \frac{25}{4}\right)$$

A intersecção com o eixo y é (0,0)

Descreveremos a seguir sobre uma tarefa (**Figura 22**) no nicho ecológico física, em seu *habitat* Queda Livre .

Figura 22: Tarefa Corpos Queda Livre

a) Chegaria primeiro ao solo aquele que apresentasse a maior massa.

a) De acordo com os pensadores gregos da Antiguidade, se dois objetos com massas diferentes fossem soltos de uma mesma altura e ao mesmo tempo, qual chegaria primeiro ao solo?

b) No século XVII, a que conclusão Galileu chegou em relação à afirmação dos pensadores gregos por meio de seus experimentos? Justifique sua resposta.

c) Se um corpo for lançado de uma altura de 50 m, após 3 segundos ele terá atingido o solo? Em caso negativo, quantos metros ainda devem ser percorridos para que ele chegue ao solo? Não, 5,9 m

b) Que ela não era verdadeira, pois, desconsiderando a resistência do ar, dois corpos com massas diferentes, quando deixados cair de uma mesma altura, tocam o solo em um mesmo instante.

Fonte: (ANDRADE, 2020, p. 111).

Tarefa:

- Determinar qual corpo chega primeiro ao solo;
- Justificar conclusão de Galileu;
- Calcular tempo em que um determinado corpo alcança o solo.

Técnica:

1. Utilizar definições físicas apresentadas no contexto teórico;
2. Calcular “t” através da fórmula de uma função dada;

Tecnologia/teoria: Conceito de queda livre/ fórmula do deslocamento desprezando a resistência do ar

Inicialmente, para resolver a primeira subtarefa, é necessário que o estudante tenha conhecimento acerca da definição de queda livre, chegando à conclusão de que o corpo de maior massa chegaria primeiro ao solo, utilizando assim apenas a língua materna. Em seguida, também utilizando do tratamento na língua materna, solucionaria afirmando que a afirmação não é verdadeira, pois quando dois corpos com massas diferentes são deixados a cair de uma mesma altura, desprezando a resistência do ar, eles tocam o chão no mesmo instante de tempo. Por fim, na última subtarefa, o estudante deve encontrar que o tempo não será 3 segundos e que faltará 5,9 metros para o corpo alcançar o solo.

6.2.5 Análise geral do livro Matemática Interligada

De modo geral, observando todas as tarefas propostas bem como as suas resoluções, podemos concluir que o livro didático explora a relação do objeto à outras disciplinas. Os problemas dispostos no decorrer do capítulo não possibilita ao estudante efetuar a coordenação do objeto estudado, apresentando um número pequeno de convesões.

O livro apresenta um breve manual de acesso digital direcionando a utilização do *Software GeoGebra*, mas não compreende a prática da mesma no decorrer da disponibilização de exercícios. Poderiam ser trabalhados mais tarefas contextualizadas, uma utilização maior de ferramentas tecnológicas, visto que existem *Softwares* gratuitos e de fácil manipulação. Observamos também que há a possibilidade da mobilização de objetos ostensivos escritos, ostensivos visuais e até mesmo o ostensivo oral.

Um ponto positivo é que existe a relação do objeto matemático com outro nicho ecológico, sendo ele a física, especificamente no *habitat* “Corpos em queda livre”, conjecturando com salto sincronizado. Desse modo, cabe ao docente fazer uso do LD para orientação do objeto do saber, mas não ficar preso à essa unida ferramenta de ensino.

6.2.6 Análise Praxeológica do Livro Didático Quadrante Matemática

O LD Matemática Interligada contém 6 capítulos. O conteúdo de funções é abordado com o intuito de representar, analisar e facilitar o entendimento de outras áreas, como economia, administração, biologia, física, química e outros, avançando com os conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental.

6.2.7 Estrutura Organizacional Global do Livro Didático Matemática Interligada

O livro Quadrante Matemática, tem por objetivo principal ampliar o conhecimento e desenvolver habilidades e competências relacionados a esse objeto do saber. É composto por 6 capítulos, introduzido pela apresentação do livro, Objetivos e competências, bem como justificativa e sumário, conforme a **Tabela 3**, abaixo.

Tabela 3– Sumário do LD Quadrante Matemática			
SUMÁRIO MATEMÁTICA INTERLIGADA			
CAPÍTULO	TÓPICO	SEÇÕES	PÁGINAS
1	Conjuntos	6	19
2	Funções	7	25
3	Função Afim	18	21
4	Função Quadrática	15	26
5	Função Exponencial	11	21
6	Logaritmos e Função logarítmica	11	19
Apêndices			
Fórmulas			
Respostas dos Exercícios de Número Ímpar			
Índice Remissivo			

Fonte: Livro Quadrante Matemática, (PRESTES; CHAVANTE, 2020)

Os capítulos são distribuídos mediante à uma organização regular dos objetos matemáticos para a instituição do primeiro ano do ensino médio. São divididos, em média, com 11 seções por capítulo. Cada capítulo é abordado com definições, exemplos, exercícios propostos e exercícios resolvidos com detalhamento de técnicas. Os nichos e *habitats* no qual os tópicos do livro didático destacam estão relacionados ao estudo da Matemática no Primeiro ano do Ensino Médio.

Dando continuidade, faremos a observação do objeto Função Quadrática, mas agora abordando a análise regional.

6.2.2 Estrutura Organizacional Regional do Livro Didático Quadrante Matemática

Nesta etapa da análise abrangemos uma disposição mais detalhada acerca do objeto matemático em questão, a função quadrática, apresentados no capítulo 4. Para isso, a **Tabela 4**, mais adiante, mostra como os autores do livro trouxeram essa estruturação conforme apresentada na análise anterior, pertencendo à 15 seções.

Tabela 4 – Distribuição Específica do Objeto Função Quadrática, no capítulo 4

DISTRIBUIÇÃO ESPECÍFICA DO OBJETO FUNÇÃO QUADRÁTICA NO CAPÍTULO 4								
Seção	Título	D	T	F	E	EX	P	PG
4.1	Definição de Função Quadrática	1	--	2	2	--	--	1
4.2	Zeros de uma Função Quadrática	4	--	5	6	--	--	2
4.3	Forma Canônica	1	--	1	--	2	1	1
4.4	Tarefas	--	--	--	--	15	1	2
4.5	Gráfico de uma função quadrática	14	--	6	20	--	--	4
4.6	Tarefas	--	--	--	--	7	1	2
4.7	Matemática a+	3	--	2	--	4	--	1
4.8	Tarefas	--	--	--	--	8	1	1
4.9	Conjunto imagem de uma função quadrática	1	--	2	2	--	--	1
4.10	Valor máximo e valor mínimo de uma função quadrática	1	--	1	3	--	--	1
4.11	Estudo do sinal da função quadrática	3	--	--	11	--	--	3
4.12	Tarefas	--	--	--	--	15	1	2
4.13	Verificando rota	--	--	--	--	6	1	1
4.14	Ampliando Fronteiras	1	--	1	--	3	1	2
4.15	Matemática em ação	--	--	--	--	--	--	2

D- Definição / **T-** Teorema / **F-** Fórmulas/ **E-** Exemplos / **EX-** Exercícios / **P-** Pacotes de Exercícios / **PG-** Páginas

Fonte: Livro Quadrante Matemática, (PRESTES; CHAVANTE, 2020)

O objeto matemático é abordado nas seções apresentadas na **Tabela 4**. Ao decorrer da apresentação do conteúdo, as tarefas propostas foram separadas por categoria e analisadas uma de cada grupo, bem como dois exercícios resolvidos apresentado pelo mesmo material.

Na próxima etapa, para todo o processo, será feito a análise praxeológica local, onde haverá a indicação das técnicas propostas pelo LD, com suas tecnologias que sustentam a teoria.

6.2.3 Estrutura Organizacional Local Do Livro Didático Quadrante Matemática

Para essa análise consideramos categorias de tipos de tarefas, no que se diz respeito à aprendizagem de Função Quadrática. Assim, é esperado que o estudante seja capaz de reconhecer e representar uma Função do Segundo Grau, pois, a partir daí, poderemos fazer intervenções em relação às conversões e tratamentos desse objeto, alicerçados nas teorias abordadas nesse trabalho. Em nossa análise, consideramos que esse objetivo poderá ser contemplado através de um tipo de tarefa, abrangendo também subtarefas a fim de tratar diferentes perspectivas sobre o mesmo objeto do saber pois essas “tarefas menores” se dá a partir de um momento específico de uma tarefa.

Quadro 7 – Tipos de tarefas encontradas no LD em relação aos problemas e exercícios propostos

Verbo de tarefa	Tipos de tarefas (T_i)	Subtipo de Tarefa (st)
Associar	T_1 : Associar funções algébricas à gráficos	st1: Associar lei de formação ao gráfico a partir da abertura e concavidade
		st1.1: Associar gráfico à lei de formação e comparar funções a partir do gráfico
	$T_{1.2}$: Associar lei de formação com informações gerais	st1.2: Associar lei de formação com definição para listar coeficientes a, b e c.
	$T_{1.3}$: Associar coeficiente e discriminante ao gráfico	st1.3: Associar condição para o coeficiente “a” da função quadrática em relação à com concavidade da parábola e condição para o discriminante viabilizando a quantidade de raízes.
Calcular	T_2 : Calcular funções	st2: Calcular função a partir de uma abscissa dada.
	$T_{2.1}$: Calcular vértices da parábola	st2.1: Calcular o valor dos vértices da função a partir da lei da função.
	$T_{2.2}$: Calcular valor máximo e mínimo	st2.2: Calcular o valor máximo ou mínimo de uma determinada função apresentada.
	$T_{2.3}$: Calcular medidas	st2.3: Calcular perímetro de uma figura sabendo a área.
		st2.3.1: Calcular medida de uma figura, sabendo a área
		st2.3.2: Calcular área de uma figura a partir de uma figura e da lei da função.
	$T_{2.4}$: Calcular condição de existência	st2.4: Calcular para qual valor de uma determinada incógnita a função admite valor máximo e valor mínimo.
	$T_{2.5}$: Calcular lucro	St2.5: Calcular lucro máximo de uma empresa a partir de uma certa quantidade de clientes.

Classificar	T_3 : Classificar sentenças	st3: Classificar, através de função e gráfico, sentenças como verdadeira ou falsa.
Determinar	T_4 : Determinar lei de formação de uma função	st4: Determinar a lei de formação de uma função através de do gráfico
		st4.0: Determinar a lei de formação através das raízes
		st4.0.1: Determinar a lei de formação efetuando desenvolvimento algébrico
		st4.0.2: Determinar a lei de formação através do valor da soma e produto.
		st4.0.3: Determinar a lei de formação através de uma figura plana.
		st4.0.4: Determinar a lei de formação através de coordenadas.
		st4.0.5: Determinar a lei de formação através de informações sobre translação.
	$T_{4.1}$: Determinar zeros de uma função	st4.1: Determinar a existência e/ou quantidade de zeros a partir de uma função dada.
	$T_{4.2}$: Determinar altura e distância	st4.2: Determinar a altura e distância atingida por uma bola lançada horizontalmente.
	$T_{4.3}$: Determinar o valor de uma incógnita a partir de condições	st4.3: Determinar valor para a incógnita para que o gráfico da função passe por um ponto determinado.
	$T_{4.4}$: Determinar a concavidade	st4.4: Determinar, a partir da lei de formação, a concavidade da parábola.
	$T_{4.5}$: Determinar Conjunto	st4.5: Determinar o conjunto imagem da função.
	$T_{4.6}$: Determinar valores	sSt4.6: Determinar para quais valores a função é positiva, negativa ou nula.
		st4.6.1: Determinar valores para que uma condição seja satisfeita.
	$T_{4.7}$: Determinar existência	st4.7: Determinar se uma função dada é uma função quadrática.
	$T_{7.8}$: Determinar distância	st4.8: Determinar distância entre os vértices das parábolas a partir de funções dadas.
	$T_{4.9}$: Determinar pontos comuns	st4.9: Determinar pontos comuns entre parábola e reta através de funções dadas.
Escrever	T_5 : Escrever em forma canônica	st5: Escrever uma função dada da fórmula geral em forma canônica.
Esboçar	T_6 : Esboçar gráfico	st6: Esboçar gráfico de funções dadas.

Fonte: Próprio autor.

É possível perceber que o LD enfoca as 45 tarefas propostas em seis verbos, sendo elas Associar, Calcular, Classificar, Determinar, Escrever e Esboçar. No primeiro verbo citado,

encontramos três tipos de tarefas e quatro subtipos. Posteriormente, no outro verbo, percebemos seis tipos de tarefas com oito subtipos. Já em “Classificar” temos um tipo e subtipo de tarefa. O verbo “Determinar” contempla dez tipos de tarefas e dezessete subtarefas. Apenas um tipo de tarefa e subtarefa é abarcado com o intuito de “Escrever” função em forma canônica. Apenas um tipo de tarefa e subtarefa é voltada para o esboço de gráfico.

A seguir, faremos a análise local e individual de duas Tarefas Resolvidas (TR) e uma Tarefa Proposta (TP) pelo LD de cada verbo citada anteriormente.

6.2.4 Analisando as tarefas por verbo

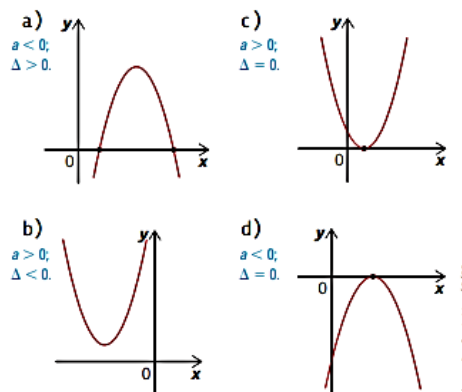
Abordaremos nesse tópico tarefas apresentadas no LD Quadrante Matemática a partir do verbo “Associar” (**Figura 23**). Para isso, faremos uma análise praxeológica abarcando os 4T’s citados na TAD, associando os possíveis registros de representação vistos na TRRS.

TP9- Associar

Figura 23: Tarefa Proposta (TP9)

37. Observe as parábolas e identifique em cada caso:

- se $a < 0$ ou $a > 0$.
- se $\Delta < 0$, $\Delta = 0$ ou $\Delta > 0$.



Fonte: (PRESTES; CHAVANTE, 2020, p.100)

Tarefa: Associar o coeficiente “a” e o discriminante ao comportamento dos gráficos apresentados.

Técnica:

2. Identificar a concavidade da parábola para associar com o coeficiente “a”.
3. Identificar em quantos pontos a parábola intersecta o eixo das abscissas, verificando assim a quantidade de raízes que o gráfico apresenta.

Tecnologia/teoria: Conhecimento sobre concavidade da parábola e discriminante

A tarefa pode ser resolvida, inicialmente, associando a concavidade da parábola com a condição de $a > 0$ (concavidade voltada para cima) e $a < 0$ (concavidade para baixo). Em seguida, analisando a quantidade de raízes apresentadas nos gráficos, identificar se o discriminante de cada um será $\Delta < 0$ (a função não intersecta no eixo das abscissas), $\Delta = 0$ (a função apresenta duas raízes reais e iguais $x_1 = x_2$) e $\Delta > 0$ (a função apresenta duas raízes reais e distintas). Com base nisso, é possível efetuar a conversão do registro gráfico para o registro algébrico a partir dessas observações e associações.

Discorreremos agora as tarefas do Verbo Calcular (**Figura 24**)

TP10 - Calcular

Figura 24: Tarefa Proposta TP10

24. Seja a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$. Sabendo que $f(-2) = -3$, $f(-1) = -6$ e $f(0) = -5$, calcule $f(-3)$ e $f(2)$. $f(-3) = 4$; $f(2) = 9$

Fonte: (PRESTES; CHAVANTE, 2020, p.92)

Tarefa: Calcular funções a partir da fórmula geral da função quadrática e outras informações dadas.

Técnica:

4. Construir um sistema de equações para determinar os valores dos coeficientes a , b e c ;
5. Encontrar a lei de formação da função a partir dos dados.
6. Substituir os valores das abscissas e ordenadas na função encontrada.

Tecnologia/teoria: Sistemas de equações; Conhecimentos atuais sobre função quadrática

Inicialmente, através do tratamento no registro algébrico, pode ser construído um sistema de equações com base nas informações apresentadas no enunciado. Com isso, utilizando $f(-2) = -3$; $f(-1) = -6$ e $f(0) = -5$ e substituindo o valor de "x" e $f(x)$ na fórmula geral $f(x) = ax^2 + bx + c$, obtém-se, respectivamente:

$$\begin{cases} 4a - 2b + c = -3 \\ a - b + c = -6 \\ c = -5 \end{cases} \quad \longrightarrow \quad a = 2 ; b = 3 ; c = -5$$

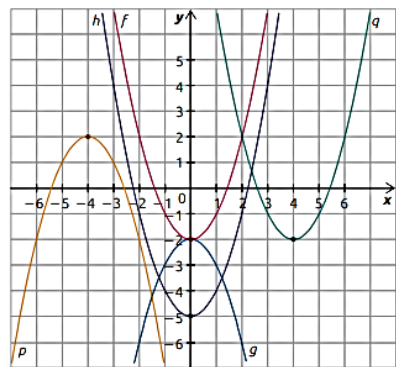
Chegando então, na lei da função que é expressa por $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$. Por conseguinte, substituindo $f(-3)$ e $f(2)$ na lei, conclui-se que $f(-3) = 4$ e $f(2) = 9$.

Utilizando a mesma prática, apresentaremos uma tarefa (**Figura 25**) do Verbo Classificar.

TP11 – Classificar

Figura 25: Tarefa Proposta (TP4)

30. Em grupo Observe o gráfico que representa a função quadrática f e algumas de suas translações no mesmo plano cartesiano.



Sabendo que $f(x) = x^2 - 2$, julguem as sentenças a seguir em verdadeira ou falsa.

- a) $g(x) = -f(x)$ Falsa.
- b) $h(x) = f(x - 3)$ Falsa.
- c) $p(x) = -f(x + 4)$ Verdadeira.
- d) $q(x) = f(x) + 4$ Falsa.

Fonte: (PRESTES; CHAVANTE, 2020, p.91)

Tarefa: Classificar como verdadeira ou falsa observações a partir do gráfico.

Técnica:

5. Calcular a função com base nas igualdades.
6. Identificar no gráfico a representação algébrica de cada função para verificar a equivalência com as relações de igualdades apresentadas.

Tecnologia/teoria: Translação do gráfico de uma função quadrática

Ao observar os gráficos dados e identificar cada função, faz-se necessário a conversão da representação no registro gráfico para representação no registro algébrico e posteriormente, para o gráfico novamente. Para isso, analisando a relação $f(x) = x^2 - 2$, e efetuando $g(x) = -f(x)$, obtem-se $f(x) = -x^2 + 2$, o que não condiz com o gráfico apresentado no plano, logo a alternativa é falsa. Para ser verdadeira, a expressão correta seria $g(x) = -f(x) - 4$. Fazendo o mesmo processo na segunda relação $h(x) = f(x - 3)$, o que resulta em $h(x) = x^2 - 5 \rightarrow$

$h(x) = f(x) - 3$, tornando a igualdade também falsa. É possível observar essa incoerência no gráfico apresentado.

Na terceira igualdade, temos $p(x) = -f(x + 4)$, fazendo o tratamento alcançamos que $p(x) = -x^2 - 8x - 14$. Dai, como $x_v = -4$ e $y_v = 2$, é possível fazer a observação no gráfico e chegar a conclusão de que a alternativa é verdadeira. Na última alternativa, $q(x) = f(x) + 4 \rightarrow q(x) = x^2 + 2$, o que também não condiz com o gráfico dado, tornando a relação falsa.

Analisando dessa vez, as praxeologias adotadas na tarefa (**Figura 26**) cujo verbo é Determinar, foram obtidos os seguintes resultados:

TP12 – Determinar

Figura 26: Tarefa Proposta (TP4)

8. Determine a lei de formação de uma função quadrática f que tenha -21 e 4 como zeros.
 $f(x) = x^2 + 17x - 84$

Fonte: (PRESTES; CHAVANTE, 2020, p.85)

Tarefa: Determinar a lei de uma função quadrática

Técnica:

1. Associar os valores das raízes da função com substituir na fórmula geral da função quadrática.

Tecnologia/teoria: Definição de soma e produto de uma função quadrática

Inicialmente se faz necessário identificar a representação na língua materna, identificando que $x_1 = -21$ e $x_2 = 4$. Em seguida, utilizar essas informações e representá-las no registro algébrico, sabendo que $f(x) = x^2 + Sx + P$, sendo S a soma e P o produto das raízes. Fazendo o tratamento e as devidas substituições, $f(x) = x^2 + (-21 + 4)x + (-21 \cdot 4) \rightarrow f(x) = x^2 + 17x - 84$.

Na **Figura 27 e Figura 28**, está sendo proposta uma tarefa do verbo Verbo Escrever e Esboçar, respectivamente. Elas também serão analisadas a partir dos 4T's, associando com suas possíveis representações vistas na TRRS.

TP13 – Escrever

Figura 27: Tarefa Proposta TP13

11. Escreva cada função quadrática a seguir em sua forma canônica.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = x^2 - 4x + 3 & \text{c) } f(x) = -x^2 - 5x + \frac{25}{4} \\ \text{b) } f(x) = -2x^2 + 8x - 6 & \text{d) } f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{10}{3}x + 5 \end{array}$$

Fonte: (PRESTES; CHAVANTE, 2020, p.85)

Tarefa: Escrever a função quadrática em sua forma canônica

Técnica:

1. Substituir os valores dos coeficientes a , b e " c " na fórmula da forma canônica.

Tecnologia/teoria: Definição de função quadrática na forma canônica

Nesse momento, se faz necessário o tratamento da representação no registro algébrico.

Sabendo que a fórmula da forma canônica é expressa por $f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Tomemos $m = \frac{b}{2a}$ e $k = -\frac{\Delta}{4a}$. Substituindo os valores dos coeficientes para encontrar os quocientes listados, obtemos as seguintes leis para as respectivas alternativas:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = (x - 2)^2 - 1 & \\ \text{b) } f(x) = -2(x - 2)^2 + 2 & \\ \text{c) } f(x) = -\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} & \\ \text{d) } f(x) = \left(\frac{x-5}{3}\right)^2 - \frac{10}{3} & \end{array}$$

TP14 – Esboçar

Figura 28: exercício proposto (TP14)

39. Ferramentas Esboce o gráfico das funções quadráticas e determine para quais valores de $x \in \mathbb{R}$ elas são positivas, iguais a zero ou negativas.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = x^2 + 6x + 5 & \text{c) } h(x) = 5x^2 + 2x + 1 \\ \text{b) } g(x) = -x^2 + x + 2 & \text{d) } p(x) = -3x^2 + 6x - 3 \end{array}$$

[Resposta na Resolução das tarefas nas Orientações para o professor.](#)

Fonte: (PRESTES; CHAVANTE, 2020, p.100)

Tarefa:

- Esboçar o gráfico de funções;

- Determinar para quais valores a função será positiva, negativa ou nula.

Técnica: fórmula de Bhaskara/fórmula das coordenadas do vértice.

1. Encontrar as raízes da função quadrática;
2. Encontrar os vértices da parábola;
3. Esboçar o gráfico;
4. Realizar o estudo de sinal;

Tecnologia/teoria: fórmula de Bhaskara/fórmula das coordenadas do vértice.

Para resolver essa questão será necessário fazer o tratamento no registro algébrico para então encontrar as raízes da função. Posteriormente, com esses valores, será realizado a conversão para a representação no registro gráfico para melhorar a visualização das questões propostas e realizar o estudo de sinal de cada uma das funções apresentadas. Desse modo, temos como solução a representação em língua materna, respectivamente para as alternativas dadas:

a)

- $f(x) > 0$ para $x < -5$ e $x > -1$;
- $f(x) = 0$ para $x = -5$ e $x = -1$;
- $f(x) < 0$ para $-5 < x < -1$.

b)

- $g(x) > 0$ para $-1 < x < 2$;
- $g(x) = 0$ para $x = -1$ e $x = 2$;
- $g(x) < 0$ para $x < -1$ e $x > 2$.

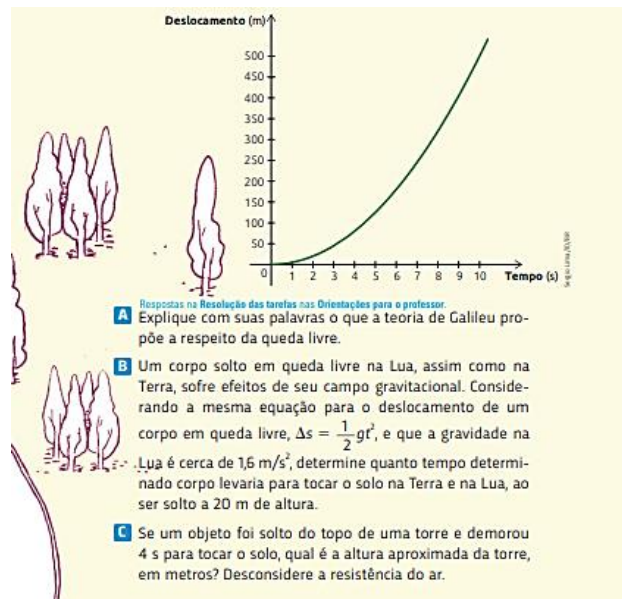
c)

- $h(x) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

d)

- $p(x) = 0$ para $x = 1$;
- $p(x) > 0$ para $x \neq 1$.

Descreveremos a seguir sobre uma tarefa (**Figura 29**) no nicho ecológico física, em seu *habitat* Queda Livre.

Figura 29: Tarefa de Queda Livre

Fonte: (PRESTES; CHAVANTE, 2020, p.103)

Tarefa:

- Explicar a teoria de Galilei;
- Determinar o tempo que um corpo toca o chão;
- Calcular altura de uma torre em metros.

Técnica:

3. Utilizar definições físicas apresentadas no contexto teórico;
4. Calcular " t " através da fórmula de uma função dada;
5. Utilizar equação do deslocamento para encontrar uma altura.

Tecnologia/teoria: Conceito de queda livre/ fórmula do deslocamento desprezando a resistência do ar

Inicialmente, para resolver a primeira sub tarefa, é necessário que o estudante efetue o tratamento da língua materna, chegando à conclusão de que quando se despreza a resistência do ar, o tempo de queda é o mesmo para dois corpos abandonados na mesma altura.

Em seguida, utilizando a equação do deslocamento e fazendo o tratamento no registro algébrico, temos que :

$$20 = \frac{1}{2} 10t^2 \rightarrow t = 2$$

Por fim, fazendo a utilização da mesma equação e efetuando novamente o tratamento do registro algébrico, encontra-se que a altura aproximada da torre é 80 metros.

$$\Delta s = \frac{1}{2} 10 * 4^2 \rightarrow \Delta s = 80 \text{ m}$$

6.2.5 Análise geral do livro Quadrante Matemática

Analisando todas as tarefas propostas, bem como as suas resoluções, foi possível perceber que o livro didático não apresenta tarefas contextualizadas, não propõe nenhum tipo de demonstração, o que pode impedir que o estudante consiga coordenar um objeto do saber em língua materna.

Outro ponto é que o LD não instrui o docente à utilizar de *Softwares* para a construção de gráficos e poucas tarefas para que os estudantes possam construir manualmente, o que interfere na impossibilidade de mobilização do objeto ostensivo visual, por exemplo, ficando preso ao ostensivo escrito.

Um ponto positivo é que o livro associa o objeto matemático com o nicho de física, especificamente no *habitat* “Queda Livre”, propondo que os estudantes façam um experimento através de uma situação exposta, em seguida apresentando um preve recorte teórico e guiando à algumas perguntas, fazendo com que os discentes mobilize o ostensivo visual, através de um gráfico dado, e ostensivo escrito.

Podemos afirmar que o foco das atividades propostas pelo livro é a determinação de valores no registro algébrico e/ou numérico, deixando a desejar no que se diz respeito às conversões. Desse modo, cabe ao professor buscar outros materiais para que seja abarcado tanto outras representações quanto às contextualizações desse objeto do saber.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o intuito de aparelhar o professor com um recurso didático que o permita arquitetar suas aulas e auxiliar o aluno para que este conduza sua aprendizagem de maneira autônoma em outros momentos extraescolares, o PNLD abastece as escolas com livros didáticos de Matemática. No entanto, a escolha dos livros é realizada muitas vezes sem o aprofundamento da utilidade do material quanto a perspicácia das suas explicações, atividades e variabilidade de registros de representação.

No campo da Educação Matemática, a análise praxeológica propicia um olhar mais sensível ao professor para que este possa ter um maior discernimento quanto as tarefas que almeja trabalhar em sala de aula, quais técnicas poderá delinear e o que essa atividade cumpre na aprendizagem dos alunos.

Essas observações vinculadas aos livros didáticos geram novas descobertas para o docente, que escolherá situar seu trabalho amparado, ou não, no material pedagógico trazido pela escola, podendo, ainda, o guiá-lo na escolha dessa ferramenta pedagógica. Além disso, o educador poderá construir um roteiro de atividades que possibilite os alunos desenvolverem as habilidades matemáticas necessárias, mediante a assimilação dos conceitos intrínsecos aos objetos matemáticos e suas representações.

De acordo com a Teoria do Registro de Representação Semiótica, o estudante compreende determinado objeto matemático a partir do momento que ele consegue não só compreender cada registro dentro de sua limitação, mas também, é principalmente, quando atinge o grau de aprendizagem de transitar de um registro para o outro, sem confundir o conceito de objeto de estudo com suas representações.

Dessa forma, é imprescindível que o professor de Matemática visualize o livro que é trabalhado na escola e o observe a fim de detectar se ele investe em todas as representações e se ocorrem as conversões entre os registros de representação, tanto nos textos teóricos e exemplos, quanto nas tarefas propostas à resolução da turma.

Consideramos que este trabalho, direciona a demanda do pensamento acerca das organizações matemáticas no sentido de desvincular a disciplina a meros cálculos prontos, que desconsidera o levantamento da técnica e se há outras que possam, inclusive, melhorar o desempenho do estudante se empregadas a uma determinada tarefa. Assim, a pesquisa auxilia os professores de Matemática a contemplar em sala de aula o que falta no livro sobre determinado objeto de estudo ou para que corrija alguma lacuna gerada pelas construções do LD.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, M. M. **Introdução à metodologia do trabalho científico: elaboração de trabalhos na graduação**. São Paulo, SP: Atlas, 2010.

ANDRADE, T. M. **Matemática interligada : funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica** / obra coletiva -- 1. ed. -- São Paulo : Scipione, 2020

BAHIA. Governo do estado. Orientações curriculares estaduais, 2018. Disponível em: <http://escolas.educacao.ba.gov.br/orientacoescurricularesestaduais>. Acesso em: 02 de junho de 2022.

BANDEIRA, Andreia; STRANGE, Carlos Eduardo B.; SANTOS, Júlio Murilo T. **Uma proposta de critérios para análise de livros didáticos de ciências naturais na educação básica**. In: Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia, 3, 2012, Ponta Grossa. Anais... Ponta Grossa: UTFPR, 2012. 10p BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, 1997.

BOCCATO, V. R. C. **Metodologia da pesquisa bibliográfica na área odontológica e o artigo científico como forma de comunicação**. Rev. Odontol. Univ. Cidade São Paulo, São Paulo, v. 18, n. 3, p. 265-274, 2006. Disponível em A pesquisa bibliográfica Cadernos da Fucamp, v.20, n.43, p.64-83/2021 <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/rdbci/article/view/1896> Acesso em: 07 de abr. 2022.

BOYER, C. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.
BRASIL. Ministério de Educação (MEC). **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base**. Brasília, 2018

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2017.

BRITO, C. E. **Estudo do Centro de Massa em Cálculo Diferencial e Integral: Uma abordagem didática envolvendo recursos tecnológicos**. Salvador, 2019, p. 66 e p. 73.

CAVALCANTE, J. L; RODRIGUES, R. F. **Teoria antropológica do didático na formação de professores de matemática**. In: Congresso Nacional de Educação, nº 4, [s. l]. [s. n].

CHAVANTE, Eduardo. **Quadrante matemática e suas tecnologias: funções** -- 1. ed. -- São Paulo: Edições SM, 2020

CHAVES, A. P. **Função Quadrática: análise em termos de contextos, de organizações matemáticas e didáticas propostas em Livros Didáticos de Ensino Médio**. 2016. 111 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

CHEVALLARD, Y. **Analyse des pratiques Enseignantes et Didatique des Mathematiques: L'Approche Anthropologique**. Marselha, 1998, p. 13. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse_des_pratiques_enseignantes.pdf . Acesso em: 01/10/2021.

CHEVALLARD, Y. **Approche Anthropologique du Sapport au Savoir et Didactique des Mathematiques**. [s.n], 2002, p.1 ep. 10. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Approche_anthropologique_rapport_au_savoir.pdf . Acesso em: 03/10/2021

DAMASCENO, A. M. P; MESQUITA, M. E. P. S. **Contribuições Norteadores do Currículono Contexto Escolar**. In: **Congresso Nacional de Educação**, nº 7, 2015, Paraná. PUCPR: Editora EDUCERE, 2015, p. 4.
DIOGO, R. C; OSÓRIO, A. S; SILVA, A. S. **A Teoria Antropológica do Didático: Possibilidades de Contribuições ao Ensino de Física**. Mato Grosso do Sul, 2007, p. 3.

DUVAL, R. **Graphiques et equations: L'articulation de deux registres**. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, n. 1, p. 235-261, 1988.
_____. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**, 1993. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.
_____. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, S. D. A. *Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica*. São Paulo: Papirus Editora, 2003, p.11-33.
_____. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Santiago de Cali: Peter Lang, 2004.
_____. **Semiósio e pensamento humano**. Editora: Livraria da Física. C. contextos da ciência. Edição: 1/2009. Tradução: Lênio Abreu Farias e Marisa Rosâni Abreu da Silveira.
_____. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. In: Tânia M. M. Campos (org). Tradução: Marlene Alves Dias. – 1. ed. – São Paulo: PROEM, 2011.

HENRIQUES, A; ATTIE, J. P; FARIAS, L. M. S. **Referências teóricas da didática francesa: análise didática visando o estudo de integrais múltiplas com auxílio do software Maple**. Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática v. 9, nº 1, [s.n], 2007, p. 68 e p. 70.

HENRIQUES, A; NAGAMINE, C. M. L; NAGAMINE. **Reflexões sobre a Análise Institucional: O caso de ensino e aprendizagem de integrais múltiplas**. BOLEMA, Rio Claro (SP), v. 26, n. 44, dez. 2012;

KLEINER, I. **Evolution of the Function Concept: A Brief Survey**. The College Mathematics Journal, v.20, n. 4, p. 282-300, set. 1989

MENDES, M.H.M. **O Conceito de Função: Aspectos históricos e dificuldades apresentadas por alunos na transição do segundo para o terceiro grau**. Dissertação de mestrado. PUC: RJ, 1994

NASCIMENTO, M. J. A. **Os contextos explorados no ensino da função afim nos livros de matemática do ensino médio**. 2009. 123f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

OLIVEIRA, B. P. **Reflexões à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica acerca das práticas dos professores que ensinam matemática**. Fortaleza, 2014, p. 44-45.

PERNAMBUCO. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco**. Matemática. Recife: Secretaria de Educação, 2012.

PINO-FAN, L., et al. **A teoria dos registros de representação semiótica e a abordagem onto-semiótica da cognição matemática e da instrução: a vinculação busca o estudo da compreensão matemática**. Anais da 39ª Conferência do Grupo Internacional para a Psicologia da Educação Matemática. Vol. 4. 2015, p. 2. Disponível em: http://docente.ulagos.cl/luispino/wp-content/uploads/2015/04/RR_Guzman.pdf . Acesso em: 10/10/2021.

PONTE, J. P. **O conceito de função no currículo de matemática**. Educação e Matemática. Lisboa, n. 15, p. 3-9, 1990.

PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO. Governo Federal-Ministério da Educação, 2021. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/aceso-a-informacao/institucional/secretarias/secretaria-de-educacao-basica/programas-e-aco-es/programa-nacional-do-livro-e-do-material-didatico-pnld> . Acesso em: 06/03/2022.

SANTOS, J.M. **Função quadrática e área máxima de retângulos em livros didáticos do ensino médio: contextualizações e praxeologias matemáticas**. 2019. 64f. (Monografia - Universidade Federal Rural de Pernambuco), Recife, 2019.

SANTOS, J. B. **O conceito de Função Quadrática nos Livros Didáticos do Ensino Médio: Uma análise praxeológica das atividades propostas**. 2017. 89f. Dissertação (Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco Centro Acadêmico do Agreste, Caruaru, 2017.

SIERPPINSKA, A. Sur un programme de recherche lié à la notion d'obstacle épistémologique. **In: Construction des savoirs: obstacles et conflits.** N Bednarz et C. Garnier (Eds). Mintréal, CIRADE, 130-147, 1988.

SIERPINSKA, Anna. **The Concept of Function- Aspects of Epistemology and Pedagogy.** Editado por Guershon Harel e Ed.Dubinsky, MAA Notes and Report Series,USA, 1992.

SILVA, A.S. **Registros de representação semiótica e função quadrática: um olhar sobre o ensino e a abordagem no livro didático.** 2020. 161f. Dissertação (Pós-Graduação em Educação Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

VIEIRA, G. M. **Estratégias de “contextualização” nos livros didáticos de matemática dos ciclos iniciais do ensino fundamental.** 2004. 139f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2004.